

综合能源系统分析的统一能路理论(二): 水路与热路

陈彬彬, 孙宏斌, 尹冠雄, 吴文传, 郭庆来, 陈瑜玮, 潘昭光, 王彬
(清华大学电机系, 北京市 海淀区 100084)

Energy Circuit Theory of Integrated Energy System Analysis (II): Hydraulic Circuit and Thermal Circuit

CHEN Binbin, SUN Hongbin, YIN Guanxiong, WU Wenchuan, GUO Qinglai,
CHEN Yuwei, PAN Zhaoguang, WANG Bin

(Department of Electrical Engineering, Tsinghua University, Haidian District, Beijing 100084, China)

ABSTRACT: The heating network plays an important role in the integrated energy system. In this paper, a hydraulic circuit model based on the conservation equations of mass and momentum and a thermal circuit model based on the energy conservation equation were derived for the heating network. Then, the Fourier transform and a two-port equivalence were employed to realize a model simplification from partial differential equations to algebraic equations. Finally, the branch characteristics and topology constraints of the heating network were described by the hydraulic circuit and thermal circuit, which derived the hydraulic network equation and thermal network equation further. Moreover, the degeneration of the dynamic hydraulic circuit to the steady hydraulic circuit was implemented and an iteration algorithm for it was proposed. The results of numerical tests verify the proposed methods of the hydraulic circuit and thermal circuit, and it is proved that the thermal circuit method outperforms the conventional analysis method in terms of computational efficiency and accuracy.

KEY WORDS: integrated energy system; energy circuit; hydraulic circuit; thermal circuit; heating network

摘要: 供热网络是综合能源系统的重要组成部分。作为系列论文的第二部分, 该文以供热网络为对象, 基于质量守恒方程和动量守恒方程推导了水路模型, 基于能量守恒方程推导了热路模型, 并通过傅里叶变换和二端口等值实现了模型向代数方程的化简, 最后基于水路模型与热路模型刻画了供热网络的支路特性与拓扑约束, 并由此导出了水力网络方程和

热力网络方程。此外, 根据供热网络的水力运行特点, 完成了动态水路向稳态水路的退化并提出了修正解法。算例结果表明了水路与热路方法分析供热网络的有效性。与传统分析方法相比, 热路方法可以描述时域中连续的热力动态过程, 在满足计算精度的同时, 显著降低了网络分析的计算复杂度。

关键词: 综合能源系统; 统一能路; 水路; 热路; 供热网络

0 引言

热电耦合系统作为综合能源系统的典型代表, 得到了国内外学者的广泛关注与研究, 并发展出热电联合潮流计算^[1]、热电联合经济调度^[2]、热电联合规划^[3]和热电联合状态估计^[4]等一系列应用。上述工作均以电力网络和供热网络的建模和分析为基础。其中, 电力网络的分析基于电路理论已形成了成熟的交流潮流模型^[1,3-4]与直流潮流模型^[2,5-6], 而供热网络尚未形成与之相统一的理论与模型。

供热网络的分析包括水力分析与热力分析两方面:

针对供热网络的水力分析, 目前的文献主要关注水力稳态过程。文献[7-9]建立了以非线性代数方程组描述的水力稳态模型, 并形成了有效的迭代求解方法。文献[10]在此基础上进行了改进并采用若干离散稳态过程表征的准动态过程来代替动态过程。这类方法精度高且求解方便, 在工程上得到了广泛应用, 但存在割裂了水力动态与水力稳态之间的联系以及物理意义不明确的不足。

针对供热网络的热力分析, 目前的分析方法主要有“有限元方法”和“节点法”两大类。文献[11-12]

基金项目: 国家重点研发计划项目(2016YFB0901300); 国家自然科学基金项目(51537006)。

The National Key R&D Program of China (2016YFB0901300);
National Natural Science Foundation of China (51537006).

基于能量守恒方程建立了以偏微分方程描述的热力动态模型,并分别采用不同差分格式的有限元方法进行了求解。这类方法在时、空步长足够小时可达到很高的精度,但存在计算量大、可解释性不强等不足。文献[13-14]从物理意义出发,将连续的水流按时间差分成若干离散的“水块”,并建立起历史水块温度与当前水块温度之间的映射关系,形成了热力动态分析的节点法。这类方法可以理解为通过消去空间维度将偏微分方程变成了常微分方程再进行差分求解,相比有限元方法计算量显著减小,且物理意义明确,但也存在当管道时延与时间步长不成整数倍关系时误差较大的不足。

除了上述分析方法,也有相关工作从“电路比拟”角度出发,在供热网络水力分析与热力分析方面进行了有益的尝试。文献[15]建立了热力动态的等效电路,并采用电路动态模拟的方法实现了热动态过程的分析。文献[16]在导出热力动态等效电路的基础上,在复频域建立了供热网络的热力网络方程,并推导了端口等值模型,文献[17]基于该端口等值模型实现了热电联合运行的分布式优化调度。文献[18]同时建立了水力稳态与热力动态的等效电路,并相应在PSCAD中实现了供热网络的仿真分析。文献[19-21]中提出的能量网络理论统一了电力网络与供热网络的分析方法,可用于供热网络的动态水力分析与动态热力分析。文献[22-23]针对换热器网络提出了电路类比建模,并建立了换热器网络设计的优化模型。文献[24]基于换热器的类电路模型,提出了电-热综合能源系统的整体能量流模型,并建立了经济运行的优化模型。

需要指出的是,文献[15,18-21]中建立的“路”是时域中的分布参数“路”,数学本质还是微分方程,其求解仍然依赖以有限元方法为代表的数值算法;文献[16-17]建立了复频域中的集总参数“路”,完成了数学模型向代数方程的化简,在供热网络的电路比拟中前进了很大一步,但是该方法在计算中是时域离散的,同样存在节点法的不足,同时重点建立了等效热路,尚未建立与之耦合的等效水路;文献[22-24]中利用热电比拟的方法,重点建立了供热网络的稳态模型。

在上述研究基础上,本文作为系列论文的第二篇,结合第一篇中提出的统一能路方法论^[25],推导供热网络的水路模型与热路模型,旨在统一电力网络与供热网络的分析方法,明确模型的物理意义,并在数学上完成模型向代数方程的化简,在满足计

算精度的同时,降低网络分析的计算复杂度。最后用算例验证提出的水路方法与热路方法的有效性。

1 供热网络的水力分析

1.1 供热网络的水路模型

供热网络中水力过程与热力过程之间存在单向耦合,即水力过程会影响热力过程,而热力过程不会影响水力过程。故首先在本节中研究独立的水力过程,并推导出相应的水路模型;然后在下一节中研究水力耦合下的热力过程,推导水力耦合的热路模型,并退化出水力稳态下的热路模型以刻画质调节下的热力过程。

水在管道中的一维流动过程由质量守恒方程(1)和动量守恒方程(2)描述^[26]。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho v^2}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda \rho v^2}{2D} + \rho g \sin \theta = 0 \quad (2)$$

式中: ρ 、 v 和 p 为水的密度、流速和压力; λ 、 D 和 θ 为管道的摩擦系数、内径和倾角; g 为重力加速度; t 和 x 为时间和空间。其中 λ 在广域上是水流流速的函数,考虑到实际工况中水流通常处于紊流的阻力平方区,此时 λ 近似考虑为一个由尼古拉兹公式计算的常数^[27]。

与天然气不同的是,水作为一种不可压缩流体,其密度可认为是一个常数:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

根据动量守恒方程,管道中水流流速与两侧压差之间存在二次关系。出于后续计算的需要,引入建立气路时的线性化近似^[25]与质量流量表达式:

$$\frac{\partial \rho v^2}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

$$v^2 = 2v_{\text{base}}v - v_{\text{base}}^2 \quad (5)$$

$$G = \rho v A \quad (6)$$

式中: v_{base} 和 G 为水的流速基值和质量流量; A 为管道横截面积。

从而,式(1)和(2)改写为

$$\frac{\partial G}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{1}{A} \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda G_{\text{base}}}{\rho A^2 D} G - \frac{\lambda G_{\text{base}}^2}{2\rho A^2 D} + \rho g \sin \theta = 0 \quad (8)$$

式中 G_{base} 为流速基值对应的质量流量基值。

从空间中取出 dx 长度的一个微元，其两端的水流差和水压降根据式(7)和(8)可表示为

$$dG = 0 \quad (9)$$

$$dp = -\frac{dx}{A} \frac{dG}{dt} - \frac{\lambda G_{\text{base}} dx}{\rho A^2 D} G - (\rho g \sin \theta - \frac{\lambda G_{\text{base}}^2}{2\rho A^2 D}) dx \quad (10)$$

据此进行表 1 所示的电路比拟，并抽象出水阻 R_h 、水感 L_h 和水压源 E_h 等水路元件，如式(11)–(13)所示。

表 1 水力的电路比拟

Tab. 1 Circuit-analog for hydraulics

类型	电路	水路
势	电压 U	水压 p
流	电流 I	水流 G
阻	电阻 $\Delta U = R \cdot I$	水阻 $\Delta p = R_h \cdot G$
感	电感 $\Delta U = L \cdot dI/dt$	水感 $\Delta p = L_h \cdot dG/dt$

$$R_h = \lambda G_{\text{base}} / (\rho A^2 D) \quad (11)$$

$$L_h = 1 / A \quad (12)$$

$$E_h = \rho g \sin \theta - \lambda G_{\text{base}}^2 / (2\rho A^2 D) \quad (13)$$

上述水路元件有明确的物理意义：水阻刻画了管道对水流的摩擦作用；水感刻画了管道对水流的续流作用，体现了水流的惯性；水压源刻画了管道倾角与流速变化对压力损失的修正作用。与天然气不同的是，由于水不可压缩，所以水路中没有水容元件，其物理意义是水管不存在“管存”效应。

从而， dx 长度的管道可以表示为一段包括 3 个元件的水路，整个管道进而表示为一个分布参数水路，如图 1 所示。

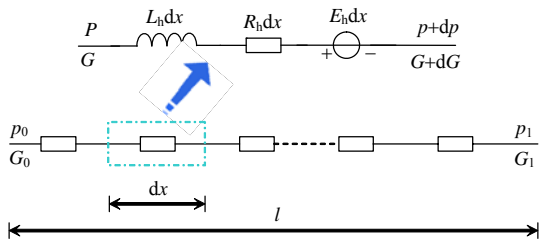


图 1 水管道的分布参数水路

Fig. 1 Hydraulic circuit of water pipelines with distributed parameters

由于上述分布参数水路中不存在接地支路，全管道沿线共享同一个水流值，从而可直接得到水管的集总参数水路来刻画管道首末端的水流、水压关系，如图 2 所示。

其中，分布参数与集总参数的映射关系为

$$R = R_h l \quad (14)$$

$$L = L_h l \quad (15)$$

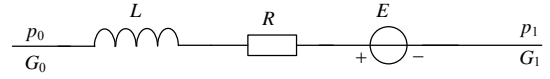


图 2 水管道的集总参数水路

Fig. 2 Hydraulic circuit of water pipelines with lump parameters

$$E = E_h l \quad (16)$$

式中 l 为管道长度。

最后对时域水路的激励进行傅里叶变换，分解为若干不同频率的正弦稳态激励。每一个频率分量 ω 对应的集总参数频域水路可由代数方程组(17)和(18)刻画：

$$p_1 = p_0 - (R + j\omega L)G_0 - E \quad (17)$$

$$G_1 = G_0 \quad (18)$$

式中： p_0 和 G_0 为管道首端的水压和水流； p_1 和 G_1 为管道末端的水压和水流。

除去管道，供热网络的正常运行不可缺少流量控制阀、增压泵等设备，故还需补充其水路模型。出于简化的需要，这里仅考虑其静态特性。

对于给定开度的流量控制阀，其两侧压差 p 可以表示为通过流量 G 的二次函数^[28]：

$$p = k_v G^2 \quad (19)$$

式中 k_v 为阀门开度决定的开度系数。

类似管道模型的线性化处理，上述阀门模型可基于流量基值 G_{base} 线性化为

$$p = 2k_v G_{\text{base}} \cdot G - k_v G_{\text{base}}^2 \quad (20)$$

从而，开度系数为 k_v 的流量控制阀可等效为一个阻值为 $2k_v G_{\text{base}}$ 的水阻元件和一个水压值为 $-k_v G_{\text{base}}^2$ 的水压源元件。

对于给定转速的增压泵，其两侧压差 p 也可表示为通过流量 G 的二次函数^[28]：

$$p = -(k_{p1} G^2 + k_{p2} \omega_p G + k_{p3} \omega_p^2) \quad (21)$$

式中： k_{p1} 、 k_{p2} 、 k_{p3} 为增压泵固有的系数； ω_p 为增压泵的旋转频率。

类似管道模型与阀门模型的线性化处理，上述增压泵模型也可基于流量基值 G_{base} 线性化为

$$p = -(2k_{p1} G_{\text{base}} + k_{p2} \omega_p) \cdot G - (k_{p3} \omega_p^2 - k_{p1} G_{\text{base}}^2) \quad (22)$$

从而，旋转频率为 ω_p 的增压泵可等效为一个阻值为 $-(2k_{p1} G_{\text{base}} + k_{p2} \omega_p)$ 的水阻元件和一个水压值为 $k_{p1} G_{\text{base}}^2 - k_{p3} \omega_p^2$ 的水压源元件。不同于管道与阀门的水路模型中，水阻刻画了水流受到的摩擦；在增压泵的水路模型中，水阻的物理意义是通过的水流越大，则给定转速的增压泵能提供的压力增量越小。

对于给定压差的增压泵,其转速会随着通过流量的改变而改变,维持增压泵两侧压差在给定值。此时,增压泵可直接建模为一个水压源元件。

1.2 供热网络的水力支路特性

在1.1节中,用水阻、水感与水压源等水路元件对供热网络中的管、阀、泵等设备进行了建模。基于上述水路模型,供热网络的水力模型可表示为若干包含水阻、水感、水压源元件的一般支路按照一定拓扑关系的连接。对于形如图2的一般支路,其支路方程为

$$G_b = y_b(p_b - E_b) \quad (23)$$

式中: G_b 为支路水流; p_b 为支路两端的水压差; y_b 为支路中的水阻和水感构成的支路导纳, E_b 为支路中的水压源总和。

将供热网络中所有水力支路的支路方程写成矩阵形式:

$$G_b = y_b(p_b - E_b) \quad (24)$$

式中: G_b 、 p_b 和 E_b 为对应的支路变量与参数组成的列向量; y_b 为支路导纳组成的对角矩阵。

1.3 供热网络的水力拓扑约束

引入节点-支路关联矩阵来表示网络拓扑:节点-支路关联矩阵 A_h 是一个 n 行 m 列的矩阵,其中 n 是节点数, m 是支路数。用 $(A_h)_{ij}$ 表示其中第 i 行、第 j 列的元素,则 $(A_h)_{ij}=0$ 表示支路 j 与节点 i 不相连; $(A_h)_{ij}=1$ 表示支路 j 从节点 i 流出; $(A_h)_{ij}=-1$ 表示支路 j 流入节点 i 。

类似基尔霍夫电流定律,流经每个节点的水流满足质量守恒定律,即流出节点与流入节点的水流差值应等于该节点上的水流注入值:

$$A_h G_b = G_n \quad (25)$$

式中: G_n 为每个节点的水流注入构成的列向量。通常供热网络为闭式网络,此时 $G_n=0$ 。

类似基尔霍夫电压定律,压力与重力的保守性质决定了绕闭合回路一周产生的水压降为0:

$$A_h^T p_n = p_b \quad (26)$$

式中 p_n 为每个节点的水压值构成的列向量。

1.4 供热网络的动态水力网络方程

将供热网络的水力拓扑约束(25)和(26)代入水力支路特性(24),得到未约简形式的水力网络方程:

$$A_h y_b A_h^T p_n = G_n + A_h y_b E_b \quad (27)$$

定义包括节点导纳矩阵 Y_h 和广义节点注入 G'_n 在内的水力网络矩阵:

$$Y_h = A_h y_b A_h^T \quad (28)$$

$$G'_n = G_n + A_h y_b E_b \quad (29)$$

从而供热网络具有形如式(30)的水力网络方程,和电力网络的网络方程在数学形式上相统一。这一网络方程既可用于辐射状网络水力特性的求解,也可用于环状网络水力特性的求解,因为网络方程中包含的拓扑约束并不特指辐射状网络。

$$Y_h p_n = G'_n \quad (30)$$

供热网络的节点导纳矩阵和电力网络的节点导纳矩阵具有相同的物理意义;广义节点注入的物理意义是将支路水压源等效成并联的支路水流源,再将其拆分成两侧节点上的注入和注出,并叠加到真实的节点注入上。

1.5 供热网络的稳态水力网络方程及其修正解法

在供热网络的实际运行中,水力动态过程通常非常短暂。考虑到工程上水力调节的时间尺度往往远远大于水力动态过程的时间尺度,故在正常运行中可忽略水力调节的动态过程,正如文献[7-10]中仅考虑水力稳态过程或若干离散的水力稳态表征的准动态过程。

从动态水力网络方程向稳态水力网络方程退化,仅需将上述模型中的水感 L 置零,并只取频域中的零频率分量即可得到相同形式的稳态水力网络方程。

由于水力稳态中每条管道的水流值是一个固定值,故可以通过迭代的方法来修正该值与基值不等产生的误差。具体方法为首先给定初始水流基值 G_b^0 ,然后在第 t 轮迭代中基于 G_b^{t-1} 的水流基值确定节点导纳矩阵并求解水力网络方程(30)得到新的管道流量 G_b^t 。若 $\|G_b^t - G_b^{t-1}\|$ 小于给定阈值则结束迭代,否则以 G_b^t 作为新的管道水流基值修正节点导纳矩阵,并开始新一轮的迭代。

2 供热网络的热力分析

2.1 供热网络的热路模型

在文献[16]中,已根据能量守恒方程(31)完成了表2所示的热路元件抽象,并推导出了图3所示的分布参数时域热路。

$$c\rho A \frac{\partial T}{\partial t} + cG \frac{\partial T}{\partial x} + \mu T = 0 \quad (31)$$

式中: c 为水的比热; T 为水温与环境温度的差值表征的过剩温度; μ 为管道的散热系数。

其中,热流的定义式为

表 2 热力的电路比拟^[16]

Tab. 2 Circuit-analog for thermodynamics^[16]

类型	电路	热路
势	电压 U	温度 T
流	电流 I	热流 h
阻	电阻 $\Delta U=R \cdot I$	热阻 $\Delta T=R_t \cdot h$
导	电导 $I=g \cdot \Delta U$	热导 $h=g_t \cdot \Delta T$
感	电感 $\Delta U=L \cdot dI/dt$	热感 $\Delta T=L_t \cdot dh/dt$
容	电容 $I=C \cdot dU/dt$	热容 $h=C_t \cdot dT/dt$

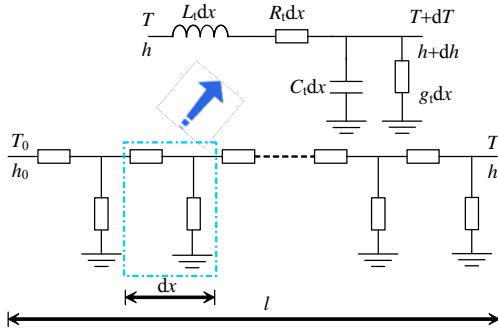


图 3 水管道的分布参数热路^[16]

Fig.3 Thermal circuit of water pipelines with distributed parameters^[16]

$$h = cGT \tag{32}$$

其中，各元件参数为

$$R_t = \mu / (c^2 G^2) \tag{33}$$

$$g_t = \mu \tag{34}$$

$$L_t = \rho A / (cG^2) \tag{35}$$

$$C_t = c\rho A \tag{36}$$

需要指出的是，上述阻、导、感、容元件是刻画热流在迁移过程中发生的热损与时延等物理现象而引入的数学表征，并非真实的阻抗。

如前所述，水路模型的计算结果(管道流量 G)为热路模型提供了元件参数(热阻 R_t 和热感 L_t)。在水力、热力耦合的前提下，热路参数是时变的。考虑到热力调节的时间尺度远远大于水力调节的时间尺度，可将时变参数的热路按时间轴分解为若干时不变参数的热路进行逐段分析。该方法尤其适合质调节(仅进行热力调节)模式下的供热网络分析。

在时不变分布参数时域热路的基础上，本文进一步推导了热水管道在频域中的分布参数与集总参数热路。

首先，通过傅里叶变换将网络激励分解为若干正弦稳态激励。对于各频率分量，结合相量描述将上述分布参数热路映射到频域：

$$dh = -(g_t + j\omega C_t) dx \cdot T \tag{37}$$

$$dT = -(R_t + j\omega L_t) dx \cdot h \tag{38}$$

然后，给定管道首端的状态变量为 T_0 和 h_0 作为边界条件，求解上述频域中的常微分方程组，得到管道末端的状态变量为

$$T_1 = AT_0 + Bh_0 \tag{39}$$

$$h_1 = CT_0 + Dh_0 \tag{40}$$

式中： T_0 和 h_0 为管道首端的温度和热流； T_1 和 h_1 为管道末端的温度和热流；各参数为

$$A = \cosh(\gamma_{tc} l) \tag{41}$$

$$B = -Z_{tc} \sinh(\gamma_{tc} l) \tag{42}$$

$$C = -1/Z_{tc} \cdot \sinh(\gamma_{tc} l) \tag{43}$$

$$D = \cosh(\gamma_{tc} l) \tag{44}$$

$$Z_{tc} = \sqrt{Z_t/Y_t} = \sqrt{(R_t + j\omega L_t)/(g_t + j\omega C_t)} \tag{45}$$

$$\gamma_{tc} = \sqrt{Z_t \cdot Y_t} = \sqrt{(R_t + j\omega L_t) \cdot (g_t + j\omega C_t)} \tag{46}$$

基于上述二端口等值的结果，可导出热水管道的集总参数频域热路如图 4 所示。

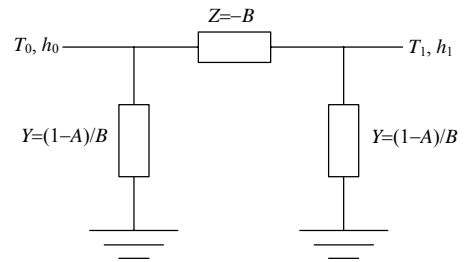


图 4 水管道的集总参数热路

Fig.4 Thermal circuit of water pipelines with lump parameters

2.2 供热网络的热力支路特性

因为热路中“势”和“流”是线性相关的，这决定了可仅用其中一者来描述热力支路特性。将温度和热流的线性关系(32)代入管道热路方程(39)和(40)，可分别导出用“势”描述的管道支路特性(47)和用“流”描述的管道支路特性(48)。

$$T_1 = T_0 \cdot e^{-cG(R_t + j\omega L_t)l} \tag{47}$$

$$h_1 = h_0 \cdot e^{-cG(R_t + j\omega L_t)l} \tag{48}$$

式中，负指数项定量描述了热流从管道首端到末端发生的热损与时延，称为传热因子。

考虑到供热网络中还存在换热器，在“流”分析中可将其作为节点上的热流注入，从而式(48)可作为“流”描述的一般热力支路特性；在“势”分析中可将其作为支路末端的热压源，从而“势”描述的一般热力支路特性为

$$T_1 = T_0 \cdot k_t - E_t \tag{49}$$

式中： E_t 为供热工质经换热器产生的温差，这是对换热器热量传递过程的一种简化描述； k_t 为支路传热因子。

将供热网络中所有热力支路的支路方程写成矩阵形式：

$$\mathbf{T}_t = \mathbf{K}_t \cdot \mathbf{T}_f - \mathbf{E}_t \quad (50)$$

$$\mathbf{h}_t = \mathbf{K}_t \cdot \mathbf{h}_f \quad (51)$$

式中： \mathbf{T}_f 和 \mathbf{T}_t 为各管道首、末端温度组成的列向量； \mathbf{h}_f 和 \mathbf{h}_t 为各管道首、末端热流组成的列向量； \mathbf{K}_t 为各管道的传热因子构成的对角矩阵； \mathbf{E}_t 为管道末端的换热器供热工质温差构成的列向量。

2.3 供热网络的热力拓扑约束

供热网络的热力拓扑约束可从节点上的“汇流”和“分流”两个角度加以分析。为刻画汇流过程与分流过程，引入节点-流出支路关联矩阵 \mathbf{A}_{h+} 、节点-流入支路关联矩阵 \mathbf{A}_{h-} 、加权节点-流出支路关联矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}_{h+}$ 和加权节点-流入支路关联矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}_{h-}$ 。

对于节点-流出支路关联矩阵 \mathbf{A}_{h+} 中第*i*行、第*j*列元素 $(\mathbf{A}_{h+})_{i,j}$ ，若支路*j*从节点*i*流出，则该元素为1，否则为0；对于节点-流入支路关联矩阵 \mathbf{A}_{h-} 中第*i*行、第*j*列元素 $(\mathbf{A}_{h-})_{i,j}$ ，若支路*j*流入节点*i*，则该元素为1，否则为0。

对于加权节点-流出支路关联矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}_{h+}$ 中第*i*行、第*j*列元素 $(\tilde{\mathbf{A}}_{h+})_{i,j}$ ，若支路*j*从节点*i*流出，则该元素为支路*j*流量占节点*i*流出总流量的比例，否则为0；对于加权节点-流入支路关联矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}_{h-}$ 中第*i*行、第*j*列元素 $(\tilde{\mathbf{A}}_{h-})_{i,j}$ ，若支路*j*流入节点*i*，则该元素为支路*j*流量占节点*i*流入总流量的比例，否则为0。

1) 汇流过程与分流过程的“势”分析。

对于汇流过程，各支路的水流和注入的水流发生混合，混合后的节点温度为不同水流温度按流量加权的平均值：

$$\mathbf{T}_{\text{node}} = \tilde{\mathbf{A}}_{h-} \mathbf{T}_t + \tilde{\mathbf{T}}_n \quad (52)$$

式中： \mathbf{T}_{node} 为各节点温度组成的列向量； $\tilde{\mathbf{T}}_n$ 为各节点加权注入温度(注入水流温度乘以注入流量占总流入流量的比例)组成的列向量。

对于分流过程，各流出支路的首端温度即节点温度：

$$\mathbf{T}_f = \mathbf{A}_{h+}^T \mathbf{T}_{\text{node}} \quad (53)$$

2) 汇流过程与分流过程的“流”分析。

对于汇流过程，流经一个节点的总热流是各流

入支路的热流与注入热流之和：

$$\mathbf{h}_{\text{node}} = \mathbf{A}_{h-} \mathbf{h}_t + \mathbf{h}_n \quad (54)$$

式中： \mathbf{h}_{node} 为流经各节点的总热流组成的列向量； \mathbf{h}_n 为各节点注入热流组成的列向量。

对于分流过程，由于各流出支路首端温度相同，故各流出支路的首端热流即为流经节点的总热流按支路流量进行分配：

$$\mathbf{h}_f = \tilde{\mathbf{A}}_{h+}^T \mathbf{h}_{\text{node}} \quad (55)$$

2.4 供热网络的热力网络方程

结合“势”描述的支路特性(50)与拓扑约束(52)、(53)，可导出“势”描述的热力网络方程：

$$\mathbf{T}_t = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{A}_{h+}^T \tilde{\mathbf{A}}_{h-})^{-1} \cdot (\mathbf{K}_t \mathbf{A}_{h+}^T \tilde{\mathbf{T}}_n - \mathbf{E}_t) \quad (56)$$

$$\mathbf{T}_f = \mathbf{K}_t^{-1} \mathbf{T}_t \quad (57)$$

式中 \mathbf{I} 为相应阶数的单位矩阵。

结合“流”描述的支路特性(51)和拓扑约束(54)、(55)，可导出“流”描述的热力网络方程：

$$\mathbf{h}_t = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \tilde{\mathbf{A}}_{h+}^T \mathbf{A}_{h-})^{-1} \mathbf{K}_t \tilde{\mathbf{A}}_{h+}^T \mathbf{h}_n \quad (58)$$

$$\mathbf{h}_f = \mathbf{K}_t^{-1} \mathbf{h}_t \quad (59)$$

上述热力网络方程既可用于供水网、回水网的单独分析，也可用于整个供热网络的分析，这取决于网络中节点与支路的选取；既可用于定功率运行的热网分析，也可用于定出口温度运行的热网分析，这取决于对热源与热负荷的热路建模。

2.5 与已有热路模型的对比

本文基于统一能路方法论导出了“流”描述的热力网络方程，其在形式上与文献[16]中的热力网络模型相类似，本小节说明两者的区别。

文献[16]在复频域中完成一个网络方程的求解，将热源和热负荷之间的关系借助拉普拉斯算子加以表示，并最终通过拉普拉斯反变换映射回时域将其表示为时延与热损的组合：

$$h(t) = \sum_i \eta_i h_i(t - \tau_i) \quad (60)$$

式中： η 为热损； τ 为时延。

这更加贴近节点法^[14]的思想，尤其在优化调度的潮流模型中，当管道时延与调度周期不成整数倍关系时，文献[16]提出应用节点法中对相邻离散水块温度取加权平均的处理方法，这种方法计算量小，但是以引入误差为代价。

本文在频域中完成若干网络方程的求解，对于每个频率分量下的热源和热负荷之间的关系借助复数加以表示，并最终通过傅里叶反变换映射回时

域，再叠加各频率分量下的响应，从而得到时域中热源和热负荷之间的关系：

$$h(t) = \sum_i A_i \cos(\omega_i t + \phi_i) \quad (61)$$

式中： A_i 、 ϕ_i 为网络激励的各频率分量经过频域运算后的幅值和相角； ω_i 为各频率分量的频率。

这一方法避免了管道时延和调度周期不成整数倍关系带来的计算上的困难，但代价是计算量稍大。

此外，文献[16]针对供水网和回水管分别建立了网络方程，再通过热源和热负荷的运行特性将两个网络方程联立在一起进行求解；在本文中，将热源和热负荷也纳入到热路建模中，根据其不同的运行特性建立相应的热路模型，从而建立起供水网与回水管统一的网络方程。

3 算例分析

3.1 算例数据

选取一根供水管道、一根回水管道、一个热源、一个热负荷、两个增压泵和一个流量控制阀构成的供热系统来验证所提出的水路方法与热路方法，系统示意图如图 5 所示。两根管道具有相同参数：长度 5km，内径 0.25m，摩擦系数 0.01，散热系数 2.8W/(K·m)；热源侧的增压泵运行在定压差模式，其压力增量为 0.55MPa；热负荷侧的增压泵运行在定转速模式，其转速为 75Hz，泵系数依次为-4.75、-2.77、72.81；流量控制阀给定开度，对应的开度系数为 6.13；热源设置有定出口温度运行和定功率运行两种工作模式，为模拟质调节工况，其温度/功率给定值时变；热负荷设置为定功率运行，热功率保持为 7.77MW；环境温度设置为 0℃。

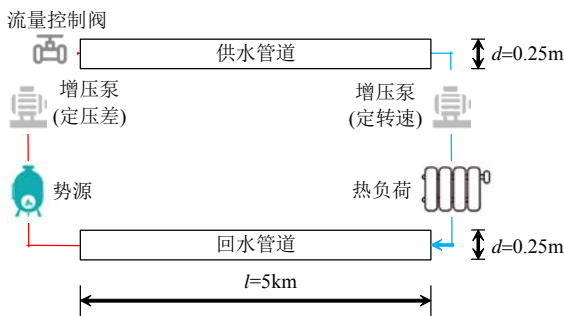
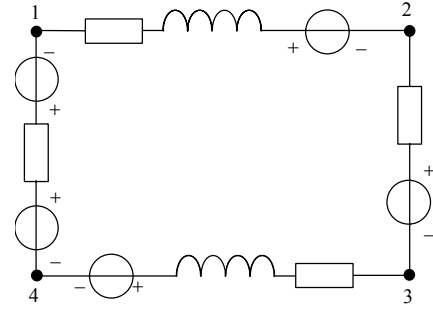


图 5 双管供热系统示意图
Fig. 5 Schematic diagram of the heating system with two pipelines

3.2 水力分析

依据 1.1 节提出的水路模型，完成管道、阀门、水泵的水路建模，得到上述供热系统的水路图如图 6 所示。



节点 1 为供水管首端；节点 2 为供水管末端；
节点 3 为回水管首端；节点 4 为回水管末端。

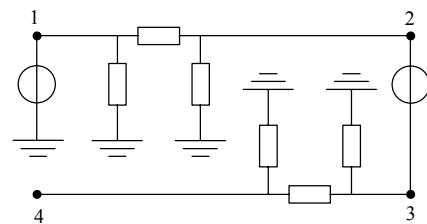
图 6 供热系统水路图

Fig. 6 Hydraulic circuit diagram of the heating system

考虑到系统中的增压泵与流量控制阀未发生调节，系统处于水力稳态。故可按照稳态水路模型及其修正解法，将水路中的水感元件置零并经 2 次迭代后完成水力计算，计算结果为：供水管与回水管中的流量为 100kg/s；负荷侧增压泵提供的压力增量为 0.341MPa；供水管与回水管上的压降均为 0.415MPa；流量控制阀上的压降为 0.061MPa。

3.3 热力分析

在上述水力计算结果基础上，进行热源运行在定出口温度模式下的质调节热力分析，其中热源出口的温度调节曲线在图 8 中给出。将热源建模为一条接地热压源支路，热负荷建模为一条节点间热压源支路，结合第 2 节中的管道热路模型，得到该供热系统的热路图如图 7 所示。其中热负荷对应的热压源激励是恒定激励，热源对应的热压源激励是时变激励。采用傅里叶变换将热源激励分解为若干正弦稳态激励，并基于叠加定理将热路分解为若干单频热路。由于热源激励的第 100 个频率分量的幅值已降至基频分量幅值的 1%以内，且基于 100 个频率分量还原的激励与原始激励的平均相对误差仅 0.2%，所以忽略更高频的分量可满足工程精度的要求。通过求解各频率分量下的单频热路并叠加所有响应，给出两条管道首末端温度的变化曲线如图 8 所示。其中供水管道的首端温度就是热源的出口温



节点 1 为供水管首端；节点 2 为供水管末端；
节点 3 为回水管首端；节点 4 为回水管末端。

图 7 定出口温度模式下的供热系统热路图

Fig. 7 Thermal circuit diagram of the heating system under outlet temperature given

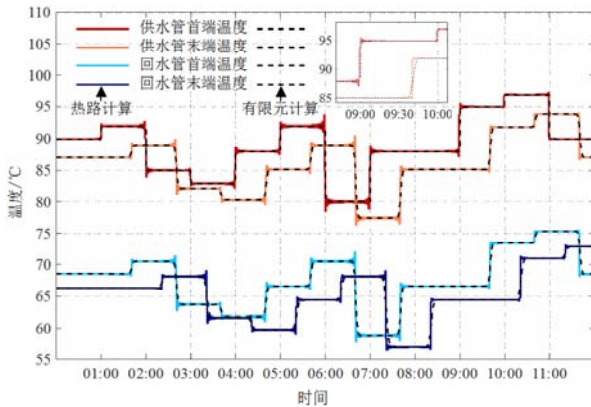


图8 定出口温度模式下的供热系统管道温度

Fig. 8 Pipeline temperature of the heating system under outlet temperature given

度,为给定的边界条件。可以观察到,两条管道的首、末端温度曲线向右下角发生了移动,表明了传输时延(向右)和传输热损(向下)两种现象:图中时延长度为41min,对应于水从管道首端流到末端的时间;供水管道的温度衰减明显高于回水管道,这是因为供水管道中的水温更高,向环境散热更加剧烈。

作为对比,在图8中还给出了时空步长足够小的有限元方法求解的两条管道首末端温度,可以观察到8条曲线几乎两两重合,供水管末端温度和回水管末端温度的平均相对误差依次为0.17%和0.24%,充分说明了热路方法求解的精度。此外,本文提出的热路方法的求解时间仅为0.06s,而有限元方法则用时长达6.39s,体现了热路方法在计算性能上的优势,这是由热路方法对数学模型从偏微分方程到代数方程的简化决定的。此外,为说明文献[16]提出的方法和节点法在管道时延为调度周期非整数倍关系时引入较大误差,以常用的调度周期(15min和1h)为时间间隔测试了上述方法:在15min的间隔下,上述方法计算的供水管末端温度和回水管末端温度的平均相对误差较大,依次为0.69%和1.40%;在1h的间隔下,上述方法计算的供水管末端温度和回水管末端温度的平均相对误差进一步扩大,依次为2.87%和3.99%。上述方法误差大于本文方法的原因在于:上述方法在时域中是离散的,当管道时延不是离散间隔的整数倍时,需要采用相邻离散水块温度的加权平均来近似;本文方法在时域是连续的,可以刻画时域中连续动态过程,从而避免了这一加权平均的近似,故不会产生此类误差。

进一步给出了热源运行在定注入功率模式下的算例测试。此时,热源的热路模型修改为供水管道首端节点与回水管道末端节点之间的热压源,如

图9所示。求解各频率分量下的单频热路并叠加所有响应后,得到定注入功率模式下的两条管道首末端温度曲线如图10所示。具体解释如下:00:00—02:00阶段,热源注入功率保持为9.95MW,热源功率和热负荷功率的差值等于网络热损,系统处于稳态运行。02:00—07:00阶段,热源注入功率升高10%并保持为10.95MW,直接导致供水管道首端温度上升,但其他温度短时间内未发生改变。82min(两条管道的时延)后升温后的水到达回水管道末端,经热源升温后供水管道首端温度再次上升,以此类推各管首末端温度呈现阶梯上升的形状。需要注意的是,随着管道中水温上升,散热损耗逐渐增加,水温的上升幅度随之逐渐减小。07:00—12:00阶段,热源注入功率减小20%并保持为8.96MW,整个供热系统进入新的动态过程,各处温度呈现出下行阶梯形状。由于07:00—08:00中在回水管道末端发生了一次升温过程,导致供水管道首端温度在下行后又出现一次上行,这一过程重复出现在后续的动态过程中。

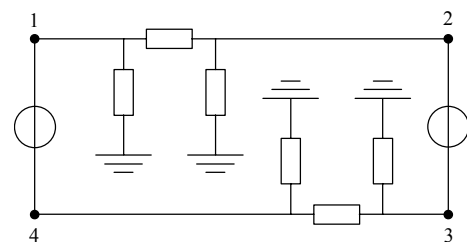
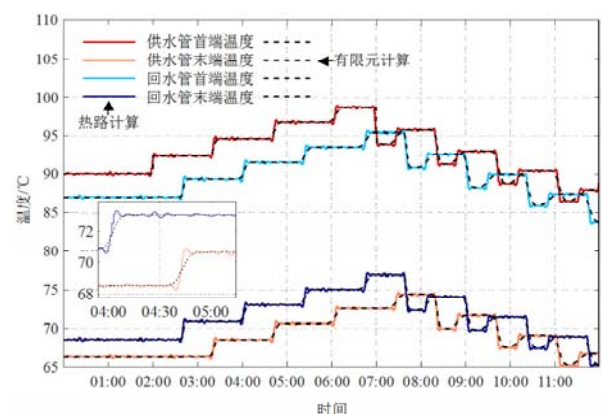
节点1为供水管首端;节点2为供水管末端;
节点3为回水管首端;节点4为回水管末端。图9 定注入功率模式下的供热系统热路图
Fig. 9 Thermal circuit diagram of the heating system under inlet power given

图10 定注入功率模式下的供热系统管道温度

Fig. 10 Pipeline temperature of the heating system under inlet power given

4 结论

本文基于统一能路的方法论,以供热网络为对

象推导了统一能路理论中的水路模型与热路模型，并以此刻画了供热网络的支路特性和拓扑约束，最终导出了相应的水力网络方程和热力网络方程，为供热网络的水力分析和热力分析建立了代数方程刻画的数学模型。相关结论如下：

1) 水路模型和热路模型的物理意义明确，基于上述模型的供热网络分析具有和电力网络分析相统一的数学形式，为热、电两种异质能流的统一分析奠定了理论基础。

2) 水路模型对管、阀、泵等设备进行了建模，并根据水力动态的运行特性完成了动态水路向稳态水路的退化，提出了相应的修正解法。水路与热路之间存在耦合关系，体现为水路模型的计算结果为热路模型提供了元件参数。

3) 热路模型具有“势”描述和“流”描述两种相统一的形式。与传统分析方法相比，热路方法可以描述时域中连续的热力动态过程，在满足计算精度的同时，显著降低了网络分析的计算复杂度。

4) 水路理论与热路理论为热-电耦合系统，特别为大规模热-电耦合系统的建模、分析、优化提供了统一理论与高效方法，在综合能源系统的规划、运行和市场中具有广阔的应用前景。

致谢

感谢清华大学建筑技术科学系杨旭东教授、郑忠海博士在讨论中提出的有益建议。

参考文献

- [1] Liu Xuezhi, Wu Jianzhong, Jenkins N, et al. Combined analysis of electricity and heat networks[J]. *Applied Energy*, 2016, 162: 1238-1250.
- [2] Li Zhigang, Wu Wenchuan, Shahidehpour M, et al. Combined heat and power dispatch considering pipeline energy storage of district heating network[J]. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 2016, 7(1): 12-22.
- [3] Wang Hantao, Gu Chenghong, Zhang Xin, et al. Optimal CHP planning in integrated energy systems considering network charges[EB/OL]. [2020-03-11]. *IEEE Systems Journal*, 2019. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8777322>.
- [4] Sheng Tongtian, Guo Qinglai, Sun Hongbin, et al. Two-stage state estimation approach for combined heat and electric networks considering the dynamic property of pipelines[J]. *Energy Procedia*, 2017, 142: 3014-3019.
- [5] Lin Chenhui, Wu Wenchuan, Zhang Boming, et al. Decentralized solution for combined heat and power dispatch through benders decomposition[J]. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 2017, 8(4): 1361-1372.
- [6] Chen Binbin, Guo Qinglai, Chen Yuwei, et al. An economic dispatch model for combined heat and power systems considering the characteristics of heat recovery steam generators[J]. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2020, 118: 105775.
- [7] Stevanovic V D, Prica S, Maslovaric B, et al. Efficient numerical method for district heating system hydraulics [J]. *Energy Conversion and Management*, 2007, 48(5): 1536-1543.
- [8] 周守军. 基于管网动态模型的城市集中供热系统参数预测及运行优化研究[D]. 济南: 山东大学, 2012. Zhou Shoujun. Operational parameters prediction and optimization research of district heating system based on pipe network dynamic model[D]. Jinan: Shandong University, 2012(in Chinese).
- [9] 李浩洁. 供热系统水力特性及热力失调研究[D]. 大庆: 大庆石油学院, 2010. Li Haojie. Research on the hydraulic characteristics and thermal disorders of heating system[D]. Daqing: Daqing Petroleum Institute, 2010(in Chinese).
- [10] Yan Aibin, Zhao Jun, An Qingsong, et al. Hydraulic performance of a new district heating systems with distributed variable speed pumps[J]. *Applied Energy*, 2013, 112: 876-885.
- [11] Stevanovic V D, Zivkovic B, Prica S, et al. Prediction of thermal transients in district heating systems[J]. *Energy Conversion and Management*, 2009, 50(9): 2167-2173.
- [12] Zhou Shoujun, Tian Maocheng, Zhao You'en, et al. Dynamic modeling of thermal conditions for hot-water district-heating networks[J]. *Journal of Hydrodynamics*, 2014, 26(4): 531-537.
- [13] Benonysson A, Bøhm B, Ravn H F. Operational optimization in a district heating system[J]. *Energy Conversion and Management*, 1995, 36(5): 297-314.
- [14] Zhao H. Analysis, modelling and operational optimization of district heating systems[D]. Denmark: Technical University of Denmark, 1995.
- [15] Robertson A, Gross D. An electrical-analog method for transient heat-flow analysis[J]. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, 1958, 61(2): 105-115.
- [16] Yang Jingwei, Zhang Ning, Botterud A, et al. On an equivalent representation of the dynamics in district heating networks for combined electricity-heat operation [J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2020, 35(1): 560-570.
- [17] Yang Jingwei, Botterud A, Zhang Ning, et al. A cost-sharing approach for decentralized electricity-heat operation with renewables[EB/OL]. [2020-03-11]. *IEEE*

- Transactions on Sustainable Energy, 2019. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8847359>.
- [18] Lan Tian, Strunz K. Modeling of the enthalpy transfer using electric circuit equivalents: theory and application to transients of multi-carrier energy systems[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2019, 34(4): 1720-1730.
- [19] 陈皓勇, 文俊中, 王增煜, 等. 能量网络的传递规律与网络方程[J]. 西安交通大学学报, 2014, 48(10): 66-76. Chen Haoyong, Wen Junzhong, Wang Zengyu, et al. Transfer laws and equations of energy networks[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2014, 48(10): 66-76(in Chinese).
- [20] 葛海麟, 陈皓勇, 文俊中, 等. 基于能量网络理论的分布式供能系统分析[J]. 电力自动化设备, 2017, 37(6): 34-40. Ge Hailin, Chen Haoyong, Wen Junzhong, et al. Distributed energy system analysis based on energy network theory[J]. Electric Power Automation Equipment, 2017, 37(6): 34-40(in Chinese).
- [21] 陈皓勇, 李明, 邱明, 等. 时变能量网络建模与分析[J]. 中国科学: 技术科学, 2019, 49(3): 243-254. Chen Haoyong, Li Ming, Qiu Ming, et al. Modeling and analysis of time-varying energy network[J]. Scientia Sinica Technologica, 2019, 49(3): 243-254(in Chinese).
- [22] Chen Qun, Fu Ronghuan, Xu Yunchao. Electrical circuit analogy for heat transfer analysis and optimization in heat exchanger networks[J]. Applied Energy, 2015, 139: 81-92.
- [23] Chen Qun, Hao Junhong, Zhao Tian. An alternative energy flow model for analysis and optimization of heat transfer systems[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2017, 108: 712-720.
- [24] 陈群, 郝俊红, 陈磊, 等. 电-热综合能源系统中能量的整体运输模型[J]. 电力系统自动化, 2017, 41(13): 7-13, 69. Chen Qun, Hao Junhong, Chen Lei, et al. Integral transport model for energy of electrical-thermal integrated energy system[J]. Automation of Electric Power Systems, 2017, 41(13): 7-13, 69(in Chinese).
- [25] 陈彬彬, 孙宏斌, 陈瑜玮, 等. 综合能源系统分析的统一能路理论(一): 气路[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(2): 436-443. Chen Binbin, Sun Hongbin, Chen Yuwei, et al. Energy circuit theory of integrated energy system analysis(I): gaseous circuit[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(2): 436-443(in Chinese).
- [26] Ferziger J H, Perić M. Computational methods for fluid dynamics[M]. 3rd ed. Berlin: Springer, 2002.
- [27] 贺平, 孙刚, 王飞, 等. 供热工程[M]. 4版. 北京: 中国建筑工业出版社, 2009: 90-93. He Ping, Sun Gang, Wang Fei, et al. Heating Engineering[M]. 4th ed. Beijing: China Architecture & Building Press, 2009: 90-93(in Chinese).
- [28] Zhang Mengqi, Chen Qun, Shao Wei, et al. An integral identification method of characteristic parameters and optimization of parallel connection heat transfer systems based on the power flow method[J]. Applied Thermal Engineering, 2018, 143: 1057-1067.



陈彬彬

在线出版日期: 2020-03-09。

收稿日期: 2020-01-17。

作者简介:

陈彬彬(1996), 男, 博士研究生, 研究方向为多能流系统的综合能量管理, cbb18@mails.tsinghua.edu.cn;

孙宏斌(1969), 男, 博士, 教授, 博士生导师, IEEE Fellow, 教育部长江学者, 研究方向为电网能量管理、自动电压控制、多能流综合能量管理和人工智能在复杂电网调控中的应用, shb@tsinghua.edu.cn;

尹冠雄(1997), 男, 博士研究生, 研究方向为多能流系统的状态估计, yingx18@mails.tsinghua.edu.cn;

吴文传(1973), 男, 博士, 教授, 研究方向为主动配电网规划运行和无功电压优化控制, wuwench@tsinghua.edu.cn;

郭庆来(1979), 男, 博士, 副教授, 研究方向为信息物理系统和无功电压优化控制, guoqinglai@tsinghua.edu.cn;

陈瑜玮(1994), 男, 博士研究生, 研究方向为多能流系统的综合能量管理, chenyw16@mails.tsinghua.edu.cn;

潘昭光(1991), 男, 博士, 研究方向为多能流系统的综合能量管理, panzhaoguang@tsinghua.edu.cn;

王彬(1984), 男, 博士, 研究方向为电网调度自动化和多能流系统的综合能量管理, wb1984@tsinghua.edu.cn。

(责任编辑 乔宝榆)