Vol.40 No.17 Sep. 5, 2020 ©2020 Chin.Soc.for Elec.Eng.

**DOI:** 10.13334/j.0258-8013.pcsee.200827

文章编号: 0258-8013 (2020) 17-5516-11

中图分类号: TM 712

# 多馈入电力系统广义短路比:多样化新能源场景

## 辛焕海,甘德强, 鞠平

(浙江大学电气工程学院,浙江省 杭州市 310027)

## Generalized Short Circuit Ratio of Power Systems With Multiple Power Electronic Devices: Analysis for Various Renewable Power Generations

XIN Huanhai, GAN Deqiang, JU Ping

(College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, Zhejiang Province, China)

ABSTRACT: The AC grid strength of power systems integrated by renewable power generations via power electronic devices should meet the requirement due to the risk of system oscillation. However, due to the strong interaction among the power electronic devices, it is difficult to evaluate the AC grid strength. This paper explored the evaluation of grid strength from small-signal stability perspective. Firstly, we constructed the linearized model of multiple power electronic devices infeed systems (MPEIS) and derived the characteristic equation for the MPEIS. Then, based on eigenvalue perturbation theory, it is proved that the dominant characteristic locus of an inhomogeneous MPEIS can be equivalently represented by that of a homogeneous MPEIS which has the similar AC grid structure as the inhomogeneous MIPES. Finally, we extended the application of generalized short-circuit ratio (gSCR) from homogeneous MIPES to inhomogeneous MIPES, as well as two equivalent definitions and the calculation method of critical generalized short-circuit ratio (CgSCR). The theoretical analysis results showed that the definition of gSCR of a homogenous MIPES is still valid for an inhomogeneous MIPES, while their critical values are different. The case studies illustrated the effectiveness of the proposed methods.

**KEY WORDS:** multi-infeed power system; small signal stability; generalized short-circuit ratio (gSCR); AC grid strength

摘要:新能源经电力电子设备接入电网的规模需要适应电网 强度,否则存在振荡风险,但新能源设备动态差异性以及新 能源设备间的强相互作用导致准确度量电网强度存在挑战。 该文从系统小干扰稳定的角度探索利用广义短路比指标度 量电网强度的方法。首先,建立了多馈入电力系统的线性化 模型,给出了其闭环系统特征方程。其次,基于特征值摄动 理论,证明了多样化新能源馈入系统(异构系统)的主导特征 轨迹可由等效同构多馈入系统的主导特征轨迹来近似这一 结论。最后,将同构系统中定义的广义短路比推广到异构系 统,并给出了广义短路比的两种等价定义和广义短路比临界 值的计算方法。研究表明,广义短路比在同构和异构多馈入 系统中的定义是一致的,其临界值可以通过构造等效的单馈 入系统解析计算或者通过半实物仿真实验得到。算例验证了 所提分析方法的有效性。

关键词:多馈入系统;小干扰稳定;广义短路比;电网强度

## 0 引言

随着新能源占比快速提升<sup>[1-2]</sup>,电力系统将逐渐 演变为高比例新能源和电力电子化电力系统<sup>[3]</sup>。与 同步机不同,电力电子设备一般需要交流电网提供 电压支撑,当电网强度变低时,设备与电网间以及 设备间耦合都会加剧,稳定风险变大<sup>[4-7]</sup>。因此,保 证新能源接入电网的强度对于电力系统的安全稳 定运行至关重要,为此,新修订的《电力系统安全 稳定导则》规定了新能源并网点的电网短路容量应 满足一定的要求<sup>[8]</sup>。

短路比(short circuit ratio, SCR)是度量单个电 力电子设备(如直流和新能源等)并网系统(后文称 之为"单馈入系统")的电网强度和分析系统稳定裕 度的重要工具之一<sup>[9-10]</sup>。在物理上 SCR 反映了单位 容量的设备到等效无穷大母线的电气距离或连接 强度,其大小可以通过母线短路容量和设备容量求 取<sup>[11]</sup>。由于短路比只使用交流电网参数和设备容 量,不涉及到设备具体控制参数,故使用起来非常 简单,这也是短路比受到大家关注的重要原因之 一。此外,研究表明,经锁相环同步的电力电子设

**基金项目**: 国家电网有限公司总部科技项目(适应高比例新能源接 纳的电网强度评估及优化方法研究)(521104200031)。

Supported by the Science and Technology Project of State Grid Power Company Limited (Power Grid Strength Evaluation and Optimization to Accommodate High-penetration Renewables)(521104200031).

备并网时候存在维持其稳定性(如不特别说明,后文 特指小干扰稳定性)所需的最小短路比(即临界短路 比, critical short circuit ratio, CSCR),且 SCR 越接 近 CSCR 则系统越容易失稳,因此,SCR 到 CSCR 的距离也常用于刻画当前运行点到稳定边界的距 离<sup>[12-14]</sup>,这为量化复杂电力系统的稳定裕度提供了 一种简便和直观的方法。

由于基于短路比的稳定分析方法具有上述优势,工业界希望将针对单馈入的短路比分析方法推 广到多馈入电力系统。然而,多馈入系统本质是多 机系统,在保留短路比的便捷性和准确性方面存在 矛盾,近年来国内外学者研究的多种短路比指标也 讨论到了这个问题。根据技术路线,多馈入短路比 的研究总体可以划分为基于母线等值和基于模态 解耦两大类。

第一类是基于母线等值的指标,其思路是将母 线短路容量、设备容量按照一定的加权系数折算到 选定的母线上,进而评估出系统的电网强度和稳定 性。例如,CIGRE 组织针对直流馈入系统定义的多 馈入短路比(multi-infeed short circuit ratio,MISCR), 用于分析受端电网的电压支撑能力和稳定性<sup>[10,15]</sup>; 美国电力可靠性委员会和通用电气公司分别提出 加权短路比(weighted short circuit ratio,WSCR)<sup>[16]</sup> 和复合短路比<sup>[17]</sup>,用于分析风机/风场聚集地区的系 统稳定性。这类指标定义简单,缺陷在于加权系数 缺乏严格的理论基础,且临界值求取较困难。

另一类指标是基于模态解耦的思路,如广义短路比(generalized short circuit ratio,gSCR)<sup>[11-12,18]</sup>, 其思路是通过数学变换,在"设备动态外特性相似" 这一条件下将多馈入系统(后文简称"同构系统") 的动态进行解耦,找到系统振荡模态和网络特征的 显式关系,并以此为基础推导出电网强度的度量方 法。广义短路比指标保留了单馈入系统的一些特 性,如多馈入系统和单馈入系统的短路比临界值相 等,故便于工程技术人员直接将单馈入系统中短路 比使用经验直接移植到多馈入系统,因此应用于实 际电网分析时非常方便。

考虑到多馈入系统中接入的新能源类型多、参数不一致等因素,本文进一步弱化文献[12,18]中广 义短路比所需的"设备动态外特性相似"这一假设 条件,将广义短路比拓展为考虑设备外特性差异的 多馈入系统(简称为"异构系统")。为此,本文基 于特征根摄动理论,推导了广义短路比与异构系统 电网强度的关系,给出了临界广义短路比的计算方法。此外,还给出了基于母线等值形式的广义短路 比等价定义。最后,算例验证了方法的有效性。

## 1 多馈入系统小干扰稳定建模

## 1.1 多馈入系统的描述

考虑图 1 所示的 n 个电力电子/新能源设备馈 入的简化电力系统,其中,U<sub>i</sub>、θ<sub>i</sub>(i=1,...,n)为第 i 台设备端口电压幅值和相角;U<sub>i</sub>、θ<sub>i</sub>(i=1,...,n)为第 i 个外网等值电压和相角。按照图 1 中虚线将系统划 分为交流网络和电力电子设备两部分,网络部分包 括戴维南等值电压源和等值网络。接入的设备可以 是光伏、直驱风机和柔性直流换流站等。



图 1 多馈入电力系统

Fig. 1 Multiple-infeed power electronic power system

假设如下2个条件成立:

假设 1: 交流等值网络为感性占优,网络中电容的影响相对较小且电阻和电感比值 R/X 相等;

假设 2: 稳态运行在额定点且电力电子设备间 联络线功率远小于其传输极限。

上述两个假设条件给实际分析结果带来的误 差较小,具体可见文献[18]。与文献[18]相比,本文 进一步弱化接入设备的动态是完全相似这一假设 条件,以满足接入多样化新能源这一实际需求。此 外,基于后文逼近和摄动的方法,假设1和假设2 也能进一步弱化,为了表述简洁但不失一般性,本 文仍然采用这两个假设。

#### 1.2 多馈入系统的闭环特征方程

图 1 多馈入系统的特征方程由交流网络和设备的阻抗传递函数矩阵共同构成,表达式为<sup>[12,18]</sup>:

$$\det[\mathbf{Y}_{\text{PEDxy }m}(s) + \mathbf{Y}_{\text{net }m}(s)] = 0 \tag{1}$$

式中: det()为求行列式; *Y*<sub>net\_m</sub>(*s*)和 *Y*<sub>PEDxy\_m</sub>(*s*)分别 为交流电网部分和设备部分的阻抗传递函数矩阵; *s* 为拉普拉斯算子。

求解式(1)中的 s 可得系统的特征根, 当所有特

征根的实部都小于零时系统稳定,否则不稳定。为 了与文献[18]的公式形式保持一致,下面给出全局 同步直角坐标系下阻抗传递函数矩阵 Y<sub>net\_m</sub>(s)和 Y<sub>PEDxy m</sub>(s)的具体表达式。

在额定工作点处,第*i*个电力电子设备的传递 函数矩阵具有如下形式<sup>[18]</sup>:

$$\begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{I}_{ix} \\ \Delta \boldsymbol{I}_{iy} \end{bmatrix} = -S_{Bi} \begin{bmatrix} G_{11i}(s) & G_{12i}(s) \\ G_{21i}(s) & G_{22i}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{U}_{ix} \\ \Delta \boldsymbol{U}_{iy} \end{bmatrix}$$
(2)

式中:  $S_{Bi}$ 为设备 i的额定容量;  $\Delta I_{ixy}$ 和 $\Delta U_{ixy}$ 分别为 x-y 全局同步坐标系下端口电流和电压的微增量;  $G_i(s)$ 为以自身额定容量为基准标幺化后的阻抗传 递函数矩阵,其表达式可参考文献[18],此处略。

进一步地,在假设2的前提下,在全局坐标系 下可将式(2)写成紧凑的矩阵形式,其表达式为

$$\begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{I}_{x} & \Delta \boldsymbol{I}_{y} \end{bmatrix}^{1} = - \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_{B} \\ \boldsymbol{S}_{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \operatorname{diag}(G_{11i}(s)) & \operatorname{diag}(G_{12i}(s)) \\ \operatorname{diag}(G_{21i}(s)) & \operatorname{diag}(G_{22i}(s)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{U}_{x} \\ \Delta \boldsymbol{U}_{y} \end{bmatrix}$$
(3)  
$$\underbrace{\boldsymbol{Y}_{\text{PEDxy}_{m}(s)}}_{\boldsymbol{Y}_{\text{PEDxy}_{m}(s)}}$$

式中: diag(·)表示对角矩阵;  $\Delta I_x$ 、  $\Delta I_y$ 、  $\Delta U_x$  和  $\Delta U_y$ 分别是由对应分量构成的列向量;  $S_B$ =diag( $S_{Bi}$ )。

此外,交流电网的阻抗传递函数矩阵 *Y*<sub>net\_m</sub>(s) 可表示为<sup>[18]</sup>

$$\begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{I}_{x} \\ \Delta \boldsymbol{I}_{y} \end{bmatrix} = \underbrace{\left( \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}(s) & \boldsymbol{\alpha}(s) \\ -\boldsymbol{\alpha}(s) & \boldsymbol{\beta}(s) \end{bmatrix} \otimes \boldsymbol{B} \right)}_{\boldsymbol{Y}_{\text{net}_{m}}(s)} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{U}_{x} \\ \Delta \boldsymbol{U}_{y} \end{bmatrix}$$
(4)

式中:  $\alpha(s) = \omega_0^2 / (s^2 + \omega_0^2)$ ,  $\beta(s) = s\omega_0 / (s^2 + \omega_0^2)$ ,  $\omega_0$ 为同步频率;  $\otimes$  代表矩阵 Kronecker 积; **B**=[**B**<sub>ij</sub>]<sub>n×n</sub> 为 *n* 个馈入点往电网看的戴维南等值网络的导纳 矩阵。

结合式(3)和(4),式(1)的具体形式为  
det{
$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_{B} \\ \boldsymbol{S}_{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \operatorname{diag}(G_{11i}(s)) & \operatorname{diag}(G_{12i}(s)) \\ \operatorname{diag}(G_{21i}(s)) & \operatorname{diag}(G_{22i}(s)) \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}(s) & \boldsymbol{\alpha}(s) \\ -\boldsymbol{\alpha}(s) & \boldsymbol{\beta}(s) \end{bmatrix} \otimes \boldsymbol{B} = 0$$
(5)

乘和右乘式(5)中行列式内的矩阵(其中 *I<sub>n</sub>* 为 n 维单位矩阵),系统的特征方程等价变换为

$$\det \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11}(s) & \boldsymbol{A}_{12}(s) \\ \boldsymbol{A}_{21}(s) & \boldsymbol{A}_{22}(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_{\mathrm{B}}^{-1}\boldsymbol{B} & \\ & \boldsymbol{S}_{\mathrm{B}}^{-1}\boldsymbol{B} \end{bmatrix} = 0 \quad (6)$$

$$\Leftrightarrow \prod_{i=1}^{n} c_{i1}(s) c_{i2}(s) = 0$$
(7)

其中, 
$$\begin{cases} \mathbf{\Lambda}_{11}(s) = l(s) \operatorname{diag}[\beta(s)G_{11i}(s) + \alpha(s)G_{12i}(s)] \\ \mathbf{\Lambda}_{12}(s) = l(s) \operatorname{diag}[-\alpha(s)G_{22i}(s) + \beta(s)G_{12i}(s)] \\ \mathbf{\Lambda}_{21}(s) = l(s) \operatorname{diag}[\beta(s)G_{21i}(s) + \alpha(s)G_{22i}(s)] \\ \mathbf{\Lambda}_{22}(s) = l(s) \operatorname{diag}[-\alpha(s)G_{21i}(s) + \beta(s)G_{22i}(s)] \end{cases}$$

 $c_{i1}(s)$ 和 $c_{i2}(s)$ 表示矩阵 $Y_{sys1}(s)$ 共n对特征轨迹中的中的第i对特征轨迹,  $l(s) = [\alpha^2(s) + \beta^2(s)]^{-1}$ 。

特别需要指出的是,上述特征方程的推导和化 简是基于网络和设备的阻抗传递函数矩阵。实际 上,如果用基于网络和设备的雅克比传递函数矩阵 或者其他坐标系的传递函数矩阵也能得到一样的 特征方程,例如,文献[7]是基于极坐标的阻抗传递 函数矩阵,文献[12]是基于雅克比传递函数矩阵。

为表述方便,后文将式(6)对应的异构系统用它 们传递函数矩阵之和表示,记为Σ,即:

$$\Sigma: \boldsymbol{Y}_{sys}(s) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda}_{11}(s) & \boldsymbol{\Lambda}_{12}(s) \\ \boldsymbol{\Lambda}_{21}(s) & \boldsymbol{\Lambda}_{22}(s) \end{bmatrix} + \boldsymbol{I}_{2} \otimes \boldsymbol{S}_{B}^{-1}\boldsymbol{B} \qquad (8)$$

式中 $I_2$ 为2维单位矩阵。

## 1.3 短路比与电网参数的相关性

电力电子并网设备一般采用基于锁相环的矢 量控制,需要足够的电网强度或短路容量才能稳定 运行,而短路比是用于度量电网强度和稳定裕度。 值得一提的是,短路比(多馈入系统为广义短路比) 也反映了设备间电气距离和耦合程度,例如,单馈 入系统中设备与无穷大母线(也看成一个设备)之间 的电气距离等于短路比,刚好可以通过端口母线短 路容量计算。

组网型电力电子设备(如微电网中采用功率频 率下垂控制)可以不需要电网提供短路容量也能运 行,但如果从设备之间电气距离看,在馈入无源系 统时短路比或广义短路比概念仍然适用,他实际上 反映了电力电子设备到地的综合电气距离,其原因 为:根据式(1)—(5)的推导可以发现,系统的小干扰 稳定性取决于在平衡点处线性化模型的特征值。在 线性化时无穷大电源和接地的微增量都为零,故在 同一个平衡点处线性化后的数学模型中,系统网络 部分的动态模型和去掉内电势的无源网络的动态 模型等价,如图1所示。因此,上述推导仅利用戴 维南等效电路中网络的信息,而不包含等效电源的 信息。值得一提的是,上述分析前提是系统平衡点 是额定运行点,也间接决定了等效电源的信息,如 是否存在以及电压大小。此外,如果考虑为非额定 运行点,那么需要将短路比概念拓展为运行短路 比,针对该问题本文不进一步展开。

## 2 基于摄动理论的异构系统动态分析

当所有设备的传递函数矩阵 *G<sub>i</sub>(s)(i=1,...,n*)完 全一致时,多馈入系统为同构系统,文献[18]的解 耦思路可简化其稳定性分析。本节针对 *G<sub>i</sub>(s)*存在差 异的异构系统,基于摄动理论构造等效同构系统来 逼近异构系统的稳定性。

#### 2.1 等效同构系统模型

定义等效同构系统Σ<sub>0</sub>,记为:

$$\Sigma_0: \quad \boldsymbol{Y}_{\text{sys0}}(s) = \overline{\boldsymbol{A}}(s) \otimes \boldsymbol{I}_n + \boldsymbol{I}_2 \otimes \boldsymbol{S}_{\text{B}}^{-1} \boldsymbol{B}$$
(9)

其中:

$$\overline{\boldsymbol{A}}(s) = \overline{\boldsymbol{G}}(s) \begin{bmatrix} \beta(s) & \alpha(s) \\ -\alpha(s) & \beta(s) \end{bmatrix}^{-1}$$
(10)

$$\overline{\boldsymbol{G}}(s) = \sum_{i=1}^{n} p_{1i} \boldsymbol{G}_i(s) \tag{11}$$

$$p_{1i} = u_{i1}v_{i1}$$
 (12)

式中:  $u_1^{T} \approx v_1$ 分别表示  $S_B^{-1} B$  最小特征值 $\lambda_1$  的左右 特征向量;  $u_{i1} \approx v_{i1}$ 分别为  $u_1^{T} \approx v_1$  的第 *i* 个元素,

归一化后满足 
$$\sum_{i=1}^{n} p_{1i} = \sum_{i=1}^{n} u_{i1} v_{i1} = 1$$
。  
等效同构系统 $\Sigma_0$ 的闭环特征方程为

$$\det[\mathbf{Y}_{sys0}(s)] = 0 \Leftrightarrow \prod_{i=1}^{n} \overline{c}_{i1}(s)\overline{c}_{i2}(s) = 0$$
(13)

式中 $\overline{c}_{i1}(s)$ 和 $\overline{c}_{i2}(s)$ 为 $Y_{sys0}(s)$ 的第i对特征轨迹。

根据文献[18]可知,特征方程(13)可分解为 n组特征轨迹,且每对特征轨迹对应一个单馈入系统 的特征轨迹,故多馈入系统可以解耦为n个不同短 路比的单馈入系统。一般来说,短路比越小,相同 参数下基于矢量控制的电力电子设备单馈入系统 稳定性越差,因此,多馈入系统的稳定性取决于短 路比最小的单馈入系统(后文称为"最弱单馈入系 统")。因为 $S_{\rm B}^{-1}B$ 最小特征值对应的单馈入系统最 弱,故文献[12,18]中将该单馈入系统的短路比定义 为系统的广义短路比,即 $gSCR \triangleq \lambda_{\rm I} = \min \lambda(S_{\rm B}^{-1}B)$ , 其中函数 $\lambda(\cdot)$ 表示求矩阵特征根。

记该最弱单馈入系统为 $\Sigma_0^s$ :

$$\Sigma_0^s$$
:  $\overline{A}(s) + gSCR \cdot I_2 = \overline{A}(s) + \lambda_1 \cdot I_2$  (14)  
其闭环特征方程为

$$\det[\overline{A}(s) + \lambda_1 I_2] = 0 \Leftrightarrow 0 = \overline{c}_{11}(s)\overline{c}_{12}(s) = 0 \quad (15)$$

值得注意的是,单馈入系统(14)的特征轨迹就 是同构系统 $\Sigma_0$ 的第1对特征轨迹(对应  $S_B^{-1}B$  的最小 特征值 $\lambda_1$ )。

## 2.2 异构系统主导特征轨迹的近似方法

多馈入系统Σ<sub>0</sub> 和Σ属于多输入多输出系统,利 用其闭环传递函数矩阵的特征轨迹可进行稳定性 分析,即令矩阵 **Y**<sub>sys</sub>(s)和 **Y**<sub>sys</sub>(s)的特征轨迹等于零 求出特征根并判断系统的稳定性。此外,根据矩阵 特征根的摄动理论<sup>[19]</sup>,不仅可以将异构系统Σ看成 同构系统Σ<sub>0</sub>的摄动,而且它们的特征轨迹之间存在 近似相等的关系,下面介绍具体过程。

首先,由文献[18]可知,决定系统Σ<sub>0</sub>稳定性的 特征轨迹分支为系统Σ<sub>0</sub>的两条特征轨迹(下文称为 系统Σ<sub>0</sub>的"主导特征轨迹"),满足:

$$0 = \det(\boldsymbol{Y}_{sys0}(s)) = \det(\boldsymbol{\overline{A}}(s) \otimes \boldsymbol{I}_{n} + \boldsymbol{I}_{2} \otimes \boldsymbol{S}_{B}^{-1}\boldsymbol{B}) \Rightarrow$$

$$0 = \det\{\begin{bmatrix}\boldsymbol{\overline{\kappa}}_{1}^{T}(s)\\ \boldsymbol{\overline{\kappa}}_{2}^{T}(s)\end{bmatrix} [\boldsymbol{\overline{A}}(s) + \lambda_{1}\boldsymbol{I}_{2}] \begin{bmatrix}\boldsymbol{\overline{\pi}}_{1}^{T}(s)\\ \boldsymbol{\overline{\pi}}_{2}^{T}(s)\end{bmatrix}^{T}\} \Rightarrow 0 =$$

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\overline{\mu}}_{1}(s) + \lambda_{1} & 0\\ 0 & \boldsymbol{\overline{\mu}}_{2}(s) + \lambda_{1}\end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix}\boldsymbol{\overline{c}}_{11}(s) & 0\\ 0 & \boldsymbol{\overline{c}}_{12}(s)\end{bmatrix} \quad (16)$$

式中 $\bar{\kappa}_i^{T}(s)$ 和 $\bar{\pi}_i(s)$ 分别为矩阵 $\bar{\Lambda}(s)$ 关于特征函数  $\bar{\mu}_i(s)$ (*i*=1,2)的左右特征向量,且归一化后满足  $\bar{\kappa}_i^{T}(s)\bar{\pi}_i(s)=1$ 。

其次,因为 $\Sigma_0^s$ 是 $\Sigma_0$ 经矩阵相似变换所得,所 以 $\Sigma_0^s$ 的特征结构(特征轨迹和特征向量)也是 $\Sigma_0$ 的 特征结构,即 $\overline{c}_{1i}(s) = \overline{\mu}_i(s + \lambda_1 \in Y_{sys0}(s)$ 的特征轨 迹,[ $\overline{\kappa}_i^{T}(s) \otimes u_1$ ]<sup>T</sup>和 $\overline{\pi}_i(s) \otimes v_1$ 也分别是 $Y_{sys0}(s)$ 的左 右特征向量(*i*=1,2),即满足:

$$\overline{c}_{1i}(s) = [\overline{\kappa}_i(s) \otimes \boldsymbol{u}_1]^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Y}_{sys0}(s) [\overline{\pi}_i(s) \otimes \boldsymbol{v}_1]$$
(17)

最后,根据 Hartman-Grobman 定理,只要同构 系统 $\Sigma_0$ 的特征根 $\overline{c}_{ii}(s)$ 是双曲的,其邻域内的任何 变分系统都与其拓扑等价。可以证明,系统 $\Sigma_0$ 的主 导特征轨迹可以用来近似异构系统 $\Sigma$ 主导特征轨 迹,其结论可总结为如下引理。

引理 1: 若 $\bar{c}_{1i}(s) = \bar{\mu}_i(s) + \lambda_1(i=1,2)$ 为同构系统  $\Sigma_0$ 的主导特征轨迹对,那么异构系统 $\Sigma$ 的主导特征 轨迹  $c_{1i}(s)(i=1,2)$ 的可近似为

$$c_{1i}(s) \approx \overline{c}_{1i}(s) = \overline{\mu}_i(s) + \lambda_1, \quad i = 1, 2$$
(18)

且误差为  $Y_{sys0}(s)$ 和  $Y_{sys}(s)$ 元素偏差的高阶无穷小。

证明: 将异构系统Σ看成同构系统Σ<sub>0</sub>的摄动。 由式(17)可知,  $[\bar{\kappa}_i^{T}(s) \otimes \boldsymbol{u}_1]^{T}$ 和 $\bar{\pi}_i(s) \otimes \boldsymbol{v}_1$ 分别是  $Y_{sys0}(s)$ 的左右特征向量(*i*=1,2),所以根据模态摄动 理论可知(文献[19]定理 2.3) $Y_{sys}(s)$ 主导特征轨迹可 近似表示为

$$c_{1i}(s) = [\bar{\kappa}_{i}(s) \otimes \boldsymbol{u}_{1}]^{\mathrm{T}} \{ \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11}(s) & \boldsymbol{A}_{12}(s) \\ \boldsymbol{A}_{21}(s) & \boldsymbol{A}_{22}(s) \end{bmatrix} + \boldsymbol{I}_{2} \otimes \boldsymbol{S}_{\mathrm{B}}^{-1}\boldsymbol{B} \} [\bar{\pi}_{i}(s) \otimes \boldsymbol{v}_{1}] + \boldsymbol{o}[|| \boldsymbol{Y}_{sys1}(s) - \boldsymbol{Y}_{sys0}(s) ||] = (\bar{\kappa}_{i}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{I}_{2}\bar{\pi}_{i}(s)) \otimes (\boldsymbol{u}_{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_{\mathrm{B}}^{-1}\boldsymbol{B}\boldsymbol{v}_{1}) + \bar{\kappa}_{i}^{\mathrm{T}}(s) \\ \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_{11}(s)\boldsymbol{v}_{1} & \boldsymbol{u}_{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_{12}(s)\boldsymbol{v}_{1} \\ \boldsymbol{u}_{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_{21}(s)\boldsymbol{v}_{1} & \boldsymbol{u}_{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_{22}(s)\boldsymbol{v}_{1} \end{bmatrix} \bar{\pi}_{i}(s) + \boldsymbol{o}[|| \boldsymbol{Y}_{sys1}(s) - \boldsymbol{Y}_{sys0}(s) ||] = \bar{\mu}_{i}(s) + \lambda_{1} + \boldsymbol{o}[|| \boldsymbol{Y}_{sys1}(s) - \boldsymbol{Y}_{sys0}(s) ||] = \bar{\mu}_{i}(s) + \lambda_{1} + \boldsymbol{o}[|| \boldsymbol{Y}_{sys1}(s) - \boldsymbol{Y}_{sys0}(s) ||], \quad i = 1, 2$$
(19)

式中: o(·)为高阶无穷小; ||·||为任意矩阵范数。

根据式(19), 异构系统主导特征轨迹 c<sub>1i</sub>(s), (*i*=1,2)满足式(18)。至此,引理1证毕。

引理1说明系统Σ<sub>0</sub>的主导特征轨迹和异构系统 Σ的主导特征轨迹近似相等。因此,对等效同构系 统Σ<sub>0</sub>进行分析,便可得异构系统Σ的稳定性分析结 果,从而针对同构系统的广义短路比也可以用于分 析异构系统。为此,后文将给出异构系统的广义短 路比定义及其临界值的计算方法。

## 3 异构系统广义短路比及电网强度刻画

## 3.1 异构系统广义短路比

异构系统Σ的稳定性可通过构造等效同构系统 Σ<sub>0</sub>进行简化分析,而同构系统Σ<sub>0</sub>的稳定性取决于解 耦后的最弱单馈入系统Σ<sub>0</sub>°。因此,定义异构系统的 电网强度为等效同构系统Σ<sub>0</sub>的广义短路比,具体结 论总结为下述定理。

定理 1: 异构系统  $\Sigma$  广义短路比的临界值等于 同构系统  $\Sigma_0$  广义短路比的临界值,其中,系统  $\Sigma_0$ 和系统  $\Sigma$ 的广义短路比都定义为拓展导纳矩阵的最 小特征值,即:

$$gSCR = \lambda_1 \triangleq \min \lambda(\boldsymbol{S}_{\rm B}^{-1}\boldsymbol{B})$$
(20)

或者等价用网络阻抗形式表示:

$$gSCR = 1/\max \lambda \left[ \left( \boldsymbol{S}_{\mathrm{B}}^{-1} \boldsymbol{B} \right)^{-1} \right] = 1/\max \lambda (-\boldsymbol{Z}\boldsymbol{S}_{\mathrm{B}}) (21)$$
  
$$\vec{\mathbf{X}} + \boldsymbol{Z} = -\boldsymbol{B}^{-1}.$$

证明:由引理 1 可知,异构系统Σ的主导特征轨迹 和同构系统Σ<sub>0</sub>的主导特征轨迹近似相等。又因为系 统Σ<sub>0</sub>的主导特征轨迹与广义短路比 $\lambda_1$ 存在式(16)的 关系,所以系统Σ的主导特征根所在的特征轨迹和 λ<sub>1</sub>的关系也满足式(16)。因此,系统Σ<sub>0</sub>和系统Σ主导特征轨迹过零点都是方程(16),故主导特征根失稳时对应的λ<sub>1</sub>临界值相等,从而两个系统的广义短路比的临界值也相等。证毕。

上述定理不仅说明异构系统和同构系统的广 义短路比表达式一致,还给出了临界值的求取方 法,即:异构系统的广义短路比临界值,可以转化 为求同构系统 $\Sigma_0$ 的临界值。事实上,上述证明关键 步骤是利用了异构系统 $\Sigma$ 和同构系统 $\Sigma_0$ 的主导特征 轨迹近似相等这一结论,它们都等于最弱单馈入系 统 $\Sigma_0^s$ 的特征轨迹。上述推理过程具体如图 2 所示。



## 图 2 从同构系统到异构系统的广义短路比导出思路 Fig. 2 Basic idea of gSCR from homogenous MIPES to inhomogeneous MIPES

综上,异构系统的稳定性分析过程如下:

首先,利用广义短路比对应的拓展导纳矩阵  $S_{\rm B}^{-1}B$ 左右特征向量对异构系统 $\Sigma$ 中的所有设备传 递函数矩阵进行加权,得到对应的等效同构系 统 $\Sigma_{0}$ ;

其次,根据系统Σ<sub>0</sub>和系统Σ主导特征轨迹在摄 动后的近似等价性,通过分析系统Σ<sub>0</sub>的稳定性实现 对系统Σ的稳定性分析;

最后,根据所构造的同构系统的电网强度或稳 定裕度,确定异构系统的电网强度或稳定裕度。

值得一提的是,上述过程是将异构系统Σ可看 作对等效同构系统Σ<sub>0</sub>的一阶近似。如果短路比主要 用于对系统稳定性进行宏观分析、定位薄弱点等, 一阶近似可以达到较好的精度。当需要更好的精度 时,可以利用摄动理论构造出误差更小的近似算 法,限于篇幅,本文不进一步展开。

#### 3.2 广义短路比的等价定义

基于特征值定义的广义短路比具有严格的理 论基础,当多馈入系统退化为单馈入系统时,表达 式和常规定义的短路比完全一致。对于多馈入系 统,利用式(20)所示的特征根来定义广义短路比, 为进一步凸显其物理意义,本节给出两种等价的定 义。相关结论总结为如下定理。

定理 2: 广义短路比具有以下两种等价形式。 1) 基于加权等值的表达式:

$$gSCR = \frac{1/Z_{ii}}{S_{Bi} + \sum_{j=1, j \neq i}^{n} S_{Bj} \times gMIIF_{ij}}$$
(22)

$$\text{gMIIF}_{ij} = \frac{Z_{ij}}{Z_{ii}} \frac{v_{j1}}{v_{i1}}$$
(23)

式中: gMIIF<sub>*ij*</sub> 为广义相互作用因子;  $v_{1i}$  为  $S_B^{-1}B$  的 特征向量  $v_1$  的第 *i* 个元素(关联特征根 gSCR);  $Z_{ij}$ 为阻抗矩阵 Z 中的元素。

2) 基于矩阵广义瑞利商<sup>[20]</sup>的表达式:

$$gSCR = \min_{\substack{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \\ \mathbf{x} \neq 0}} \frac{\mathbf{x}^{\mathrm{T}} \mathbf{B} \mathbf{x}}{\mathbf{x}^{\mathrm{T}} \mathbf{S}_{B} \mathbf{x}}$$
(24)

证明:

1)因为  $v_1$  是矩阵  $S_B^{-1}B$  和矩阵  $(S_B^{-1}B)^{-1}$  关于 gSCR 的右特征向量,即:

$$\mathbf{ZS}_{\mathrm{B}}\mathbf{v}_{1} = \mathrm{gSCR}^{-1}\mathbf{v}_{1} \tag{25}$$

等式(25)可以视作以 v<sub>1</sub>为待求解变量的线性方程,第 *i*个方程展开后可表示为:

$$\frac{v_{i1}}{\text{gSCR}} = Z_{ii}S_{Bi}v_{i1} + \sum_{j=1, j\neq i}^{n} Z_{ij}S_{Bj}v_{j1}$$
(26)

将式(26)中分子分母互换便可得式(22)。

2) 式(24)中等号右边为矩阵 **B** 和  $S_{\rm B}$ 的广义瑞利商,若令  $\mathbf{x} = \mathbf{S}_{\rm B}^{-1/2} \mathbf{x}_{\rm I}$ ,则:

$$\min_{\substack{\mathbf{x}\in\mathbb{R}^n\\\mathbf{x}\neq0}} \frac{\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(-\mathbf{B})\mathbf{x}}{\mathbf{x}^{\mathrm{T}}\mathbf{S}_{\mathrm{B}}\mathbf{x}} = \min_{\substack{\mathbf{x}_{1}\in\mathbb{R}^n\\\mathbf{x}_{1}\neq0}} \frac{\mathbf{x}_{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{S}_{\mathrm{B}}^{-1/2}\mathbf{x}_{1}}{\mathbf{x}_{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_{1}} = \min \lambda(\mathbf{S}_{\mathrm{B}}^{-1/2}\mathbf{B}\mathbf{S}_{\mathrm{B}}^{-1/2}) = \min \lambda(\mathbf{S}_{\mathrm{B}}^{-1}\mathbf{B}) = \mathrm{gSCR} \quad (27)$$
从而式(24)成立。证毕。

观察第一个等价定义可以发现,广义短路比(及 其相互作用因子)与 CIGRE 多馈入短路比 MISCR (及其相互作用因子 MIIF)形式上类似,都能表示为 母线短路容量除以设备容量的加权和,其中, MISCR 和 MIIF 的定义分别为<sup>[10,15-16]</sup>:

$$\text{MISCR}_{i} = \frac{1/Z_{ii}}{S_{Bi} + \sum_{j=1, j \neq i}^{n} S_{Bj} \times \text{MIIF}_{ij}}$$
(28)

$$\mathrm{MIIF}_{ij} = Z_{ij}/Z_{ii} \tag{29}$$

在多馈入系统分析中, MIIF 矩阵常用于描述设 备间耦合和相互作用。显然,当 v<sub>11</sub>=...=v<sub>n1</sub> 时 <u>gMIIF<sub>ij</sub>=MIIF<sub>ij</sub></u> 成立,即在"对称系统"中 MISCR 和 gSCR 结论是一致的<sup>[11]</sup>,一般系统中下两者不相 等,广义短路比的导出过程理论更加严谨。还值得 一提的是,本文通过分析异构多馈入系统稳定性与 设备容量、网络结构的关系,提出了异构系统的广 义短路比和临界值指标,反映设备间连接强度或电 气距离。广义短路比还具有如下特点:

 1) 广义短路比反映的是设备间连接导纳矩阵 (网络的加权拉普拉斯矩阵<sup>[20]</sup>)谱的性质,在小干扰 稳定角度看反映电网络中一种特殊的电气距离,不 受网络中戴维南等值电源的影响。因此,广义短路 比理论不仅适合有源网络,它的数学基础也适用于 不含无穷大电源或同步机所的无源网络(如所有电 力电子设备都采用下垂控制的微电网)。

2) 广义短路比形式上是静态指标,但是广义 短路比是从小干扰稳定性角度导出的指标,它与临 界值之差可以量化系统小干扰稳定裕度,这是其不 同于传统电网静态特性指标的一个重要特性。

3)静态电压稳定分析模型可以由小干扰稳定 模型得到(令 s=0),故静态电压稳定和小干扰稳定在 数学上可以统一描述,都属于结构稳定或者特征根 的问题,故如文献[12]所述,广义短路比可从静态 电压稳定角度和小干扰稳定角度分析交流电网强 度。因此,本文针对异构系统的推导,也适合异构 多直流馈入系统的电网强度分析。

#### 3.3 临界广义短路比解析计算方法

如前文所述,异构系统Σ的临界稳定条件等价 于等效同构系统Σ<sub>0</sub>的临界稳定条件,因此系统Σ的 临界广义短路比为最弱单馈入系统主导特征值实 部为0时的广义短路比,即临界广义短路比也是单 馈入系统的临界短路比,如下式所示:

$$CgSCR = \arg_{gSCR} \{\det[\overline{A}(j\omega) + gSCR \cdot I_2] = 0\}$$
(30)

式中 $\overline{A}$ 见式(10)—(12), arg{}表示求方程的根。广 义短路比满足式(20)时,对应的广义短路比为系统 临界广义短路比,即gSCR = CgSCR。

式(30)所给出的临界稳定条件,在系统中各个 设备控制结构与参数已知的条件下,可解析获得广 义短路比临界值 CgSCR,其步骤为(算法 1):

1)根据网络参数得到对馈入系统的戴维南等 效网络及其导纳矩阵 B,再根据设备容量获得式(9) 中的拓展导纳矩阵 *S*<sub>B</sub><sup>-1</sup>*B*;

2) 求拓展导纳矩阵的最小特征值及其特征向 量,再利用式(10)—(12)得到等价的同构系统(9)(系 统 $\Sigma_0$ )和等效的单机系统(14) (系统 $\Sigma_0^s$ );

3)基于式(30)得到单馈入系统的临界短路比,即得到多馈入系统广义短路比的临界值 CgSCR。

如果设备参数未知或者解析计算较复杂,但存

在数值仿真模型或者黑盒子控制器,那么也可将上述第3步替换为利用半实物仿真或者数字仿真:在 仿真系统中搭建单机并网系统(14),调整电网连接 阻抗确定小干扰稳定的临界值,从而得到单馈入系 统的临界短路比。

进一步,考虑到实际工程在规划阶段对复杂大 系统进行初筛时,难以获得系统中全部设备的控制 结构或仿真模型,此时可对式(30)所给出的临界稳 定条件进行必要的简化。根据等效同构系统中单个 设备的传递函数矩阵模型(见式(10)—(12)),可以发 现等效后的单个设备模型是异构系统中全部设备 的加权和,也就是说,等效后的设备根据权重大小 反映出异构系统中全部类型设备的整体特性。特别 地,等效同构系统中设备动态特性加权后,设备对 电网强度的适应性可能更强,故式(30)所给出临界 广义短路比常介于异构系统中不同设备临界短路 比之间。该结论可用于临界广义短路比的估计,即 利用动态特性差的设备的临界短路比来近似临界 广义短路比。

需要强调的是,短路比(多机为广义短路比)的 临界值取决于设备及其控制参数,例如,风机或者 光伏可以在短路比 1.5 左右运行,也有文献指出需 要 3 以上才能运行,这些结论都是基于特定的设备 参数而得到的结论。另外一个类似的例子是常规直 流系统,工业界常采用 2 作为其短路比临界值,其 前提条件是基于直流典型的控制参数。因此,新能 源短路比的临界值,也需要根据新能源实际参数后 获得。关于广义短路比的典型临界值更加严谨的结 论将在未来研究中进一步阐述。

## 3.4 基于广义短路比的电网强度度量方法

综合上述分析,广义短路比可用于刻画异构系 统电网强度和稳定裕度,实际工程中运用广义短路 比进行电网强度或稳定裕度分析包含两步:计算广 义短路比和计算临界广义短路比。

具体的步骤如下(算法 2):

1) 根据网络参数和设备容量得到矩阵 $S_{\rm B}^{-1}B$ ;

2) 根据式(20)计算得到 gSCR;

3)构造单馈入系统(14),并基于式(30)获得 CgSCR 值;

4)求 gSCR 和 CgSCR 的差值,根据该差值判断异构系统电网强度和稳定裕度。

此外,根据工程实际条件,也可以采用如下简 化步骤得到临界值的一个保守估计值(算法 3): 1) 根据设备参数或动模实验得到每一类设备 的临界短路比 CSCR;

2) 比较不同设备的单机系统的 CSCR, 以最小 值作为临界广义短路比的一个保守估计值。

还值得一提的是,分析含高比例电力电子设备 的电力系统稳定性的常见思路是:首先建立全系统 的时域或者频域建模,然后分析系统的特征结构, 最后得到稳定性分析结果。这个过程的电磁暂态建 模非常复杂,且分析特征结构时候存在数值稳定性 问题。通过算法2可以发现,广义短路比不仅用于 衡量电网强度,也可用于分析多电力电子设备电力 系统的小干扰稳定裕度,它本质是将一个复杂的稳 定性分析问题,转化为两个相对简单的子问题,即: 1)单机系统的特征值问题;2)交流网络拓展导纳 的特征值问题。

## 4 算例分析

## 4.1 两馈入系统的稳定性分析

考虑基于锁相环同步的变流器(如直驱风机和 柔直等),其特点是在低短路比条件下变流器容易 发生振荡的,其中变流器以直流电压控制(简称"U<sub>dc</sub> 控制")为例,控制框图和控制参数分别见附录图 A1 和附录表 A1;网络结构和网络参数如附录图 A2 和表 A3 所示,设备容量见附录表 A2。考虑三 组锁相环参数,其中比例参数依次由 12 降到9和6, 积分参数由 3020 增加到 3720 和 4420。

首先分析设备的控制参数对系统稳定性的影响。计算这三组参数对应的变流器并网系统的临界 短路比,结果如表1所示。由表1可知,3组参数 下系统临界的短路比存在较大差异,第①组(第③ 组)锁相环参数对应的单馈入系统的临界短路比最 小(最大),故在相同短路比下第①组(第③组)锁相 环参数对应的系统稳定性最好(最差)。该结论也可 推广到两馈入同构系统。

## 表 1 不同锁相环参数下,单馈入系统临界短路比 Tab. 1 Critical SCR of single-infeed power system with various PLL parameters

in when various i BB para	ineter s
锁相环比例、积分参数	临界短路比
12, 3020	2.221
9、3720	3.289
6、4420	5.2
	锁相环比例、积分参数 12、3020 9、3720 6、4420

进一步,考虑两馈入异构系统。当设备1的锁 相环选则第②组参数时,表2给出设备2锁相环参 数变化下该系统的主导特征根和对应的阻尼比。

Tah 2	Dominant eigenvalue and its damning
100. 2	atio for various PLL narameters

设备2锁相环	主导特征值	阻尼比	
1	-3.0207+62.336i	0.0484	
2	-2.662+62.712i	0.0424	
3	-1.6473+67.254i	0.0245	

结合表1和表2可知,随着设备2锁相环参数 变好(由②变为①,广义短路比临界值变小),两馈 入系统阻尼比增加,系统稳定性变好;相反,当设 备2锁相环参数变差(由②变为③,广义短路比临界 值变大),两馈入系统阻尼比减小,系统稳定性变差。 综合上述分析可知,当某台设备动态性能变好时, 系统整体稳定性也呈变好趋势;反之,当某台设备 动态性能变差时,系统整体稳定性则趋于恶化,这 也佐证了算法3的合理性。

接下来分析电网参数对系统稳定性影响,以说 明本文所提的广义短路比适用于异构系统电网强 度和稳定性评估。上述异构两馈入系统中,设备 2 锁相环采用第③组参数,将母线 0 和母线 1 之间的 阻抗 z<sub>10</sub> 由 0.1pu 分别增加到 0.15pu 和 0.2pu,系统 的主导特征根和阻尼比如表 3 所示。由该表可知, 随着 z<sub>10</sub> 的增加,系统广义短路比变小,主导特征 根阻尼比变小,系统稳定性变差,因此,随着线路 电抗的增加,电网强度变弱和系统稳定性变差。

## 表 3 不同 z<sub>10</sub> 下系统广义短路比和主导特征结构 Tab. 3 gSCR and eigen-structure of systems with various z<sub>10</sub>

	v	-10	
<i>z</i> <sub>10</sub> /pu	gSCR	主导特征根	阻尼比
0.1	5.5516	-1.6473±67.254i	0.0245
0.15	4.293	-1.0581±67.33i	0.0157
0.2	3.657	-0.3338±67.318i	0.00496

## 4.2 三馈入系统的稳定性分析

本节基于三馈入系统,验证构造的等效同构系 统Σ<sub>0</sub>近似原异构系统Σ稳定性的有效性。

4.2.1 等效同构系统主导模态近似效果

据前文分析,等效同构系统的稳定性由最弱单 馈入系统 $\Sigma_0^s$ 决定,故比较单馈入系统和异构系统 $\Sigma$ 主导模态之间的误差,可以说明近似效果。

三馈入系统结构示意图参考附录图 A2,系统 设备容量和网络参数分别如附录表 A4 和表 A5 所 示。设备1和设备3采用 U<sub>dc</sub>控制,控制参数参考 附录表 A1,其中设备1和设备3锁相环参数分别 采用表2中序号①和②;此外,为提高设备间动态 特性的差异性,设备2采用有功功率控制(简称"P 控制"),控制参数参考附录表A1。

改变线路电抗  $z_{10}$ 大小,图 3 给出对应异构三 馈入系统Σ和最弱单馈入系统  $\Sigma_0^s$ 的主导特征根轨 迹对比图。由图 3 可以看出,系统Σ与系统  $\Sigma_0^s$ 主导 特征根近似相同。具体地,当  $z_{10}$ =0.1pu 时,两者主 导特征根误差最大值仍然很小,此时原系统的主导 特征根为-2.663±56.086i,阻尼比为 0.047,振荡频 率为 8.94Hz;等效单馈入系统的主导特征根为 -2.554±55.904i,阻尼比为 0.046,振荡频率为 8.91Hz。因此,用同构系统的主导特征轨迹近似异 构系统Σ的主导特征轨迹是有效的,故用于分析稳 定性也是有效的。



#### 图 3 z<sub>10</sub> 变化时,系统主导特征根轨迹对比图

**Fig. 3** Dominant root loci of systems with varying *z*<sub>10</sub> 4.2.2 广义短路比临界值计算

为了分析算法1解析计算广义短路比的临界值 的有效性,即分析基于等式(14)的近似效果,考虑 如下3个算例情况。

算例 1: 设备 1~3 控制方式和控制参数与上节 的相同;

算例 2: 设备 1~2 采用 U<sub>dc</sub>控制,设备 3 采用 P 控制,控制参数参考附录表 A1,其中设备 1~2 的 锁相环参数分别为参数③和参数②;

算例 3: 设备 1~3 都采用 Udc 控制,设备 1~3 的锁相环参数分别为参数①~③。

针对这 3 种情况,增加线路电抗 z<sub>10</sub>的操作直 至三馈入系统临界稳定,计算此时异构系统Σ的广 义短路比(记为"CgSCR 仿真值");另外,根据等 算法 1 计算 3 种情况下的广义短路比临界值(记为 "CgSCR 解析值")。表 4 给出 3 种情况下 CgSCR 真实值和解析值结果,以及临界稳定时的主导特征 根振荡频率结果。

由表 4 可知, 3 个算例都说明利用算法 1 得到 异构系统的主导模态和广义短路比临界值的误差 都较小,其中 CgSCR 近似值最大相对误差小于 3%, 主导模态的振荡频率相对误差小于 1%。因此,利

## 表 4 系统 CgSCR 以及主导特征根对比 Tab. 4 CgSCR and dominant eigenvalues of systems with various z10

		v					
	- 的内	Cascp	振荡频	CasCD	振荡频	CgSCR	振荡频
	210日11回 用店/mm	CgoCK 在古店	率仿真	wifich	率解析	相对误	率相对
	タト1直/pu	切具阻	值/Hz	用牛1/11111111111111111111111111111111111	值/Hz	差/%	误差/%
算例1	0.971	2.447	9.14	2.481	9.20	1.38	0.66
算例2	0.135	3.579	10.75	3.501	10.68	2.17	0.65
算例3	0.409	2.748	10.46	2.771	10.44	0.83	0.19

用同构系统可近似异构系统的主导模态,算法1解 析可以有效得到异构系统的广义短路比临界值。 4.2.3 基于广义短路比的稳定性分析

以 4.2.2 节中算例 1 为例并设置 z<sub>10</sub>=0.5pu。系 统的广义短路比为 2.658,临界短路比为 2.447,从 广义短路比的角度可知系统是稳定的。在 t=1s 时在 外电网施加持续 0.1s 的电压跌落,设备的功率曲线 如图 4 所示,时域轨迹也说明了系统稳定,与广义 短路比分析结果一致。





Fig. 4 Power curves of three-infeed system when z<sub>10</sub>=0.5pu 进一步将 z<sub>10</sub>增加到 0.97pu 时,系统处于临界
稳定,功率响应如图 5 所示。此时,计算广义短路
比也可以发现广义短路比等于其临界值,即 gSCR=

CgSCR=2.447,也说明系统处于临界稳定。



system when z<sub>10</sub>=0.97pu

综上,时域仿真结果和基于广义短路比的解析 分析结果是相一致的,广义短路比及其临界值的距 离可以反映系统的稳定裕度,故也验证了利用算法 2分析系统稳定性是有效的。

## 5 结论

将广义短路比拓展于分析异构多馈入系统的

电网强度,主要结论如下:

1) 广义短路比在异构和同构系统中保持了相
 同定义,广义短路比与其临界值之间的距离可以表
 征系统的稳定裕度;

 2) 广义短路比的临界值取决于设备的加权动态特性,在实际应用时可以基于等效单机系统解析 计算或通过仿真实验得到。

广义短路比的典型临界值需根据现场新能源 的控制参数进一步深入,将广义短路比应用于新能 源电力系统和交直流电力系统的规划和运行也是 需开展的研究工作。

## 参考文献

 周孝信,鲁宗相,刘应梅,等.中国未来电网的发展模 式和关键技术[J].中国电机工程学报,2014,34(29): 4999-5008.

Zhou Xiaoxin, Lu Zongxiang, Liu Yingmei, et al. Development models and key technologies of future grid in China[J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(29): 4999-5008(in Chinese).

[2] 康重庆,姚良忠.高比例可再生能源电力系统的关键科 学问题与理论研究框架[J].电力系统自动化,2017, 41(9): 2-11.

Kang Chongqing, Yao Liangzhong. Key scientific issues and theoretical research framework for power systems with high proportion of renewable energy[J]. Automation of Electric Power Systems, 2017, 41(9): 2-11(in Chinese).

 [3] 袁小明,程时杰,胡家兵.电力电子化电力系统多尺度
 电压功角动态稳定问题[J].中国电机工程学报,2016, 36(19): 5145-5154.

Yuan Xiaoming, Cheng Shijie, Hu Jiabing. Multi-time scale voltage and power angle dynamics in power electronics dominated large power systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(19): 5145-5154(in Chinese).

- [4] 谢小荣,刘华坤,贺静波,等.直驱风机风电场与交流 电网相互作用引发次同步振荡的机理与特性分析[J].中 国电机工程学报,2016,36(9):2366-2372.
  Xie Xiaorong, Liu Huakun, He Jingbo, et al. Mechanism and characteristics of subsynchronous oscillation caused by the interaction between full-converter wind turbines and AC systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(9): 2366-2372(in Chinese).
- [5] 王旭斌,杜文娟,王海风.弱连接条件下并网 VSC 系 统稳定性分析研究综述[J].中国电机工程学报,2018, 38(6): 1593-1604.

Wang Xubin, Du Wenjuan, Wang Haifeng. Stability analysis of grid-tied VSC systems under weak connection

5525

conditions[J]. Proceedings of the CSEE, 2018, 38(6): 1593-1604(in Chinese).

- [6] Wu D, Li G, Javadi M, et al. Assessing impact of renewable energy integration on system strength using site-dependent short circuit ratio[J], IEEE Transaction on Sustainable Energy, 2018, 9(3): 1072-1080.
- [7] 董炜, 辛焕海, 李子恒, 等. 变流器并网系统振荡与原
   --对偶复电路分析[J]. 中国电机工程学报, 2017, 37(22):
   6500-6515.

Dong Wei, Xin Huanhai, Li Ziheng, et al. Primal-dual complex circuit of grid-connected converters for oscillation analysis[J]. Proceedings of the CSEE, 2017, 37(22): 6500-6515(in Chinese).

- [8] 国家市场监督管理总局,国家标准化管理委员会.GB/T 38755—2019 电力系统安全稳定导则[S].北京:中国 标准出版社,2019.
  State Administration for Market Regulation, Standardization Administration.GB/T 38755—2019 Code on security and stability for power system[S]. Beijing:
- China Standard Press, 2019(in Chinese).
  [9] 毕天姝,李景一. 基于聚合短路比的大型风场次同步振 荡风险初筛[J]. 电力系统保护与控制, 2019, 47(5): 52-59.

Bi Tianshu, Li Jingyi. Risk screening of SSO induced in large-scale wind farms based on aggregated short circuit ratio[J]. Power System Protection and Control, 2019, 47(5): 52-59(in Chinese).

- [10] CIGRE Working Group 15.05 Guide for planning DC links terminating at AC locations having low short circuit capacities, part I: AC/DC system interaction phenomena [R]. CIGRE Guide, No.95, 1992.
- [11] 辛焕海,章枫,于洋,等.多馈入直流系统广义短路比: 定义与理论分析[J].中国电机工程学报,2016,36(3): 633-647.

Xin Huanhai, Zhang Feng, Yu Yang, et al. Generalized short circuit ratio for multi-infeed DC systems: definition and theoretical analysis[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(3): 633-647(in Chinese).

[12] 辛焕海,董炜,袁小明,等.电力电子多馈入电力系统
 的广义短路比[J].中国电机工程学报,2016,36(22):
 6013-6027.

Xin Huanhai, Dong Wei, Yuan Xiaoming, et al. Generalized short circuit ratio for multi power electronic based devices infeed to power systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(22): 6013-6027(in Chinese).

[13] Zhou J Z, Ding Hui, Fan Shengtao, et al. Impact of short-circuit ratio and phase-locked-loop parameters on the small-signal behaviour of a VSC-HVDC converter[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2014, 29(5): 2287-2296.

- [14] Zhang Yang, Huang S H F, Schmall J, et al. Evaluating system strength for large-scale wind plant integration[C]//2014 IEEE PES General Meeting | Conference & Exposition. National Harbor, MD, USA: IEEE, 2014: 1-5.
- [15] 林伟芳,汤涌,卜广全. 多馈入交直流系统短路比的定义和应用[J]. 中国电机工程学报,2008,28(31):1-8. Lin Weifang, Tang Yong, Bu Guangquan. Definition and application of short circuit ratio for multi-infeed AC/DC power systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(31): 1-8(in Chinese).
- [16] CIGRE Working Group B 4.62 Connection of wind farms to weak AC networks[R]. 2016.
- [17] Fernandes R, Achilles S, MacDowell J. Report to NERC ERSTF for composite short circuit ratio(CSCR) estimation guideline[R]. GE Energy Consulting, 2015.
- [18] Dong Wei, Xin Huanhai, Wu Di, et al. Small signal stability analysis of multi-infeed power electronic systems based on grid strength assessment[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(2): 1393-1403.
- [19] Stewart G W, Sun Jiguang. Matrix perturbation theory[M]. Boston: Academic Press, 1990.
- [20] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001.

Zhang Xianda. Matrix analysis and applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001(in Chinese)

#### 附录 A

变流器控制参数如表 A1—A5、网络参数和设备容量如 图 A1—A3。

Tab. A1 Control parameters of converters					
控制方式	Udc 控制	P控制			
系统基准容量 Sb/kVA	1500	1500			
交流额定电压 Utb/V	690	690			
直流额定电压 Udc/V	1100	—			
直流电容 C <sub>dc</sub> /pu	0.038	—			
滤波电感 L <sub>f</sub> /pu	0.05	0.05			
滤波电容 Cf/pu	0.05	0.05			
直流电压外环 H <sub>dc</sub> (s)比例、积分参数	1,20	—			
有功功率外环 HpQ(s)比例、积分参数	—	1, 10			
电流内环 H <sub>i</sub> (s)比例、积分参数	0.6, 8	0.6, 8			
锁相环 HPLL(s)比例、积分参数	12, 3020	10, 3020			
电压前馈 GFF(s)滤波时间常数	0.01	0.01			
直流电压参考值 Udcref/pu	1	—			
有功功率参考值 Pref/pu	_	1			

表 A1 变流器控制参数 Tab A1 Control parameters of converters

ł	表 A2 两馈入系统ì	<b>殳</b> 备容量		
Tab. A2 C	Tab. A2         Converters' capacities of two-infeed system			
	设备1		设备 2	
$P_{\rm i}$	2		1	
ł	表 A3 两馈入系统	网络参数		
Tab. A3 N	etwork parameters of	of two-infe	ed system	
母线	母线	ß	目抗标幺值	
1	0		0.1	
1	2		0.1	
2	0		0.15	
Ę	表 A4 三馈入系统i	<b>殳</b> 备容量		
Tab. A4 Con	nverters' capacities	of three-int	feed system	
	设备1 访	达备 2	设备 3	
$P_{\rm i}$	2	3	1	
		网络参数		
Tab. A5 Ne	twork parameters o	f three-inf	eed system	
母线	母线	ß	目抗标幺值	
1	0		0.1	
1	2		0.15	
1	3		0.15	
2	0		0.15	
2	3		0.15	
3	0		0.1	
$\begin{array}{c c} L_{f} & I_{c} \angle \varphi & U_{t} \angle \theta \\ \hline & C_{dc} & \downarrow & \downarrow \\ \hline & & C_{f} & \downarrow & \downarrow \\ \hline & & & C_{f} & \downarrow & \downarrow \\ \hline & & & & & \\ \hline & & & & & \\ \hline & & & &$				
$G_{FF}(s)$ $U_{ud}$ $U_{dc}$				

Fig. A1 Diagram of PED's control





在线出版日期: 2020-08-06。 收稿日期: 2020-05-26。 作者简介:

辛焕海(1981), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为电力系统稳定分析与控 制, xinhh@zju.edu.cn;

辛焕海

甘德强(1966), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为电力系统稳定分析与 控制;

鞠平(1962), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为电力系统广义负荷建模与 高效调控。

(责任编辑 乔宝榆)

## Generalized Short Circuit Ratio of Power Systems With Multiple Power Electronic Devices: Analysis for Various Renewable Power Generations

XIN Huanhai, GAN Deqiang, JU Ping

(Zhejiang University)

**KEY WORDS:** multi-infeed power system; small signal stability; stability mar-gin; generalized short-circuit ratio (gSCR); AC system strength

The ac grid strength of power systems integrated by renewable power generations via power electronic devices should meet the requirement for system stability. Due to strong interaction among the power electronic devices, it is difficult to exactly evaluate the ac grid strength for multiple power electronic devices infeed systems (MPEIS), as shown in Fig. 1. Generalized short circuit ratio (gSCR) in our earlier work was proposed to analyze the small signal stability of multi infeed system via system decoupling skill, which can be used to depict the strength of AC systems and unify the concept of SCR in single and multi-infeed systems physically and mathematically.

However, the applications of gSCR is limited on the assumption that all power electronic devices are identical (i.e., homogeneous MPEIS), which does not meet the practical engineering. To weaken this assumption, this paper applies modal perturbation theory to explore the possibility of applying gSCR in inhomogeneous MPEIS.

Firstly, we constructed the linearized model of MPEIS and derived the characteristic equation for the inhomogeneous MPEIS. Then, based on modal perturbation theory, we proved that the dominant characteristic locus of the inhomogeneous MPEIS can be represented by that of an equivalent homogeneous MPEIS. Finally, we extended the application of gSCR from homogeneous MPEIS to inhomogeneous MPEIS, as well as another two equivalent definitions and the calculation method of critical generalized short-circuit ratio (CgSCR). The theoretical analysis results showed that the definition of gSCR of a homogenous MPEIS is still valid for an inhomogeneous MPEIS, while their critical values are different. The case studies illustrated the effectiveness of the proposed methods.



Fig. 1 Multiple power electronic based devices infeed system The definition of gSCR is as follows:

gSCR = min 
$$\lambda(-\boldsymbol{S}_{\rm B}^{-1}\boldsymbol{B}) = \frac{1}{\max\lambda(\boldsymbol{S}_{\rm B}\boldsymbol{Z})}$$
 (1)

where -B is the node admittance matrix and  $S_{\rm B}$  is the diagonal matrix with the element capacity of power electronic devices,  $Z = -B^{-1}$ .

Two equivalent definitions of gSCR are as follows.

1) The definition of gSCR based on weighting method:

$$gSCR = \frac{1/Z_{ii}}{S_{Bi} + \sum_{j=1, j \neq i}^{n} S_{Bj} \times gMIIF_{ij}}$$
(2)

with

$$gMIIF_{ij} = \frac{Z_{ij}}{Z_{ii}} \frac{v_{j1}}{v_{i1}}$$
(3)

where  $Z_{ij}$  is the element of Z and  $v_{ji}$  is the element of eigenvector corresponding to gSCR.

2) The definition of gSCR based on rayleigh quotient:

$$gSCR = \min_{x \in \mathbb{R}^n} \frac{x^{\mathrm{T}}(B)x}{x^{\mathrm{T}}S_{\mathrm{B}}x}$$
(4)