

计及转矩振荡的双 PWM 交流调速系统谐波阻抗模型及电网低频振荡机理研究

杨迪瑞¹, 姜建国¹, 钱侃²

- (1. 电力传输与功率变换控制教育部重点实验室(上海交通大学), 上海市 闵行区 200240;
2. 上海同盛电力有限公司, 上海市 浦东新区 200122)

Harmonic Impedance Model of Dual-PWM Adjustable Speed Drives Under Torque Oscillation and the Mechanism of Low-frequency Oscillation in Distribution Grid

YANG Dirui¹, JIANG Jianguo¹, QIAN Kan²

- (1. Key Laboratory of Control of Power Transmission and Conversion, Ministry of Education (Shanghai Jiao Tong University), Minhang District, Shanghai 200240, China;
2. Tongsheng Electricity Power Company Ltd., Pudong District, Shanghai 200122, China)

ABSTRACT: The dual-pulse width modulation (PWM) adjustable speed drives (ASDs) couple the power system and the mechanical system. Through its modulation, the energy of the mechanical oscillation is injected into the grid. This article first analyzed the mechanism of common-modulation of harmonics and fundamental. On this basis, a 2-D Fourier series switching function derived from the Bessel function was obtained. After that, the switching function was used to derive the harmonic impedance models of DC link and grid side of the dual PWM ASD, including the motor and the inverter. In particular, the model considered the change of the steady-state impedance of the dual PWM ASDs due to the motor torque oscillation, and quantitatively expressed the mechanical oscillation as the harmonic nonlinear impedance. The accuracy of the harmonic impedance model was verified by the developed dual PWM ASD, motor and mechanical load. Finally, the application of the model and developed theoretical analysis, combined with the measured data in the distribution grid of the Shanghai Yangshan deep-water port area, analyzed the characteristics and mechanism of the low-frequency oscillation events, and proved the accuracy and validity of the model and the conclusions.

KEY WORDS: dual-pulse width modulation (PWM) adjustable speed drives; harmonic; impedance model; torque oscillation; low-frequency oscillation

摘要: 双脉宽调制(pulse width modulation, PWM)交流调速系统(adjustable speed drives, ASDs)耦合了电力系统与机械系统,使得机械系统振荡的能量通过其调制注入电网。文中首先分析谐波分量与调制波被载波共调制的机理,并在此基

础上得到基于 Bessel 函数的 2-D 傅里叶级数开关函数。之后利用该开关函数建立包含电机、两侧变流器的双 PWM ASDs 谐波阻抗模型,特别是模型计及了电机转矩振荡对双 PWM ASDs 稳态阻抗的改变,定量地将转矩振荡等效为谐波非线性阻抗。之后,通过研制的双 PWM ASD 及电机与机械负载,验证所推导的谐波阻抗模型的准确性。最后,应用得出的模型与结论,结合上海洋山深水港区四期自动化码头配电网的实测数据,分析电网低频振荡的特征和机理,证明模型及结论的正确性和有效性。

关键词: 双脉宽调制调速系统;谐波;阻抗模型;转矩振荡;电网低频振荡

0 引言

双脉宽调制(pulse width modulation, PWM)交流调速系统(adjustable speed drives, ASDs)具有电能双向流动的特性,在节能减排与碳中和目标的要求下,得到了更加广泛的应用,使得电力系统电力电子化的趋势愈发明显^[1-2]。然而,ASDs,特别是四象限运行的 ASDs,被认为是电网中主要的谐波、间谐波源之一^[3]。电网次超同步振荡一直是电网电能质量和稳定性的问题之一,随着电力电子设备的大规模应用,次超同步振荡问题将更加频繁地出现^[4]。特别是在四象限运行的 ASDs 几乎成为全部负荷的专用配电网和微电网中,如电气化铁道牵引网^[5]、港区配电网^[6]、大型电驱舰船电网^[7],电网振荡频发,严重影响了电网安全运行。

为了分析电网振荡机理,近年来很多研究聚焦

于网联变流器基于小信号阻抗模型的分析方法，并取得了显著成果。由于变流器及其组成的 ASDs 的工作轨迹是周期性时变的，传统的小信号分析方法并不能直接应用到对 ASDs 的建模中^[8]。为了解决这一问题，应用 dq 旋转坐标系的线性化方法因其简便并与常规模型兼容性好，得到了广泛的应用^[5,9-11]。然而， dq 坐标系下的阻抗没有明确的物理意义，且实验中测得阻抗值也较为困难^[12]。例如，文献^[11]中就提出了一种基于希尔伯特变换的 dq 坐标系下的阻抗测量方法。更重要的是，当变量包含的频率分量不止一个时， dq 坐标系下的模型就很难进一步线性化。因此，这一方法不适用于在计及转矩振荡相关谐波源的前提下，对 ASDs 进行阻抗建模。

而谐波线性化的方法针对的非线性系统的工作轨迹可包含多个谐波分量，其理论也较为清晰明确。文献^[13-14]应用谐波线性化方法对三相不控整流器进行阻抗建模，文献^[15]进一步研究了三相网联 VSC 阻抗模型，文献^[16-17]建立了网联 VSG 的阻抗模型。然而，以上的研究对象主要是网侧变流器及其稳定性，并不包含逆变侧变流器及电机，而仅将其简化为线性负载，无法分析电机转矩振荡对系统阻抗及电网稳定性的影响。其次，其推导均源于变流器平均模型^[18]，直流侧电压仅包含直流分量。对于双 PWM ASDs，直流侧是整流侧与逆变侧谐波耦合调制的关键环节，且混频了量侧变流器注入的谐波。而文献^[19]进一步采用了改进的平均模型，假设直流侧除直流分量外还包含某些特定频率的谐波分量，但对于双 PWM ASDs 直流侧谐波混频耦合的机理分析仍是不全面的。

在对双 PWM ASDs 的阻抗建模中，电机转矩振荡作为谐波源，需对谐波分量进行更精确的分析，因此系统中电压、电流的关系应采用与开关函数相关的形式表达。作为 PWM 变流器阻抗建模的数学基础，开关函数在目前的文献中一般采用了符号函数或方波的傅里叶级数的形式^[8,13,20-22]，但其无法适用于谐波、调制波被载波共调制的建模，也无法分析直流侧包含的谐波分量。

本文的主要目的在于，建立包含电机、直流侧与双侧变流器的双 PWM ASDs 的谐波阻抗模型，特别是模型中包含了电机转矩振荡对系统稳态阻抗的改变，定量的将转矩振荡等效为时变阻抗。本文首先分析谐波与调制波被载波共调制机理，并在

此基础上得到基于 Bessel 函数的 2-D 傅里叶级数开关函数。之后利用开关函数推导双侧 PWM 变流器对转矩振荡共调制后直流侧与网侧的谐波阻抗模型。并通过实验室研制的一台 2.3kW 双 PWM ASDs 及电机与机械负载，验证直流侧与网侧谐波阻抗模型的正确性。最后，对于上海国际航运中心洋山深水港区配电网，特别是四期自动化码头中，在实际运行中易发生电压闪变、电流波动等电能质量问题，本文的谐波阻抗模型做出机理研究与分析，并成功应用在港区配电网电能质量控制装置中，证实模型的正确性和有效性。

1 直流侧谐波分量与调制波共调制机理

当变流器采用正弦脉宽调制 (sinusoidal pulse width modulation, SPWM) 策略时，调制波与高频载波比较后，产生栅极驱动信号，以控制开关器件的导通关断。若假设直流侧电压不为常数，当开关器件导通时，直流侧电压中所包含的谐波分量也不可避免的与调制波同时被载波调制，谐波分量被部分的叠加到 SPWM 输出波形上，而不再是等幅值的方波。因此，谐波共调制后的 SPWM 输出波形发生了频谱畸变。

具体到电压源型双 PWM ASDs，当开关器件导通时，谐波电流流入直流侧导致直流侧电压波动，其包含的谐波分量与调制波被载波共调制，如图 1 所示。在由载波与调制波交点(图中 a 、 b)决定的开通周期 T_1 中，谐波分量段 $a'b'$ 被载波共调制之后叠加到 SPWM 输出波形上。当谐波幅值在开通周期 T_1 与 T_2 中分别为正、负，经过载波共调制后，SPWM 的输出波形将分别大于、小于直流侧稳态电压 $E/2$ 。这时，谐波分别“融合”、“截去”了 SPWM 输出波形的顶端，如图 1 中阴影部分所示。谐波的共调制造成了原本应是等幅值方波的 SPWM 输出波形

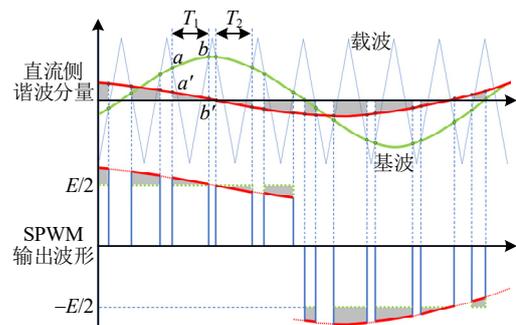


图 1 调制波与直流侧谐波分量被载波共调制机理
Fig. 1 Reference and DC-link harmonic component common modulated by the tri-carrier

具有了谐波形态的振荡包络线，谐波分量的频率注入到了 SPWM 输出波形的频谱中。因此，共调制造成 SPWM 输出波形的频谱不仅与调制波频率有关，同时也与直流侧谐波分量以及载波频率有关，这就要求开关函数必须能描述调制波与载波及直流侧谐波分量与载波之间的频率调制关系。

2 共调制开关函数及其线性可加性

当载波对调制波和谐波进行共调制后，PWM 波形不再具有与调制波相同的周期，而是由调制波、谐波在载波周期内共同决定。利用基于 Bessel 函数的 2-D 傅里叶级数可以构建共调制的开关函数，可以并精确得出 PWM 波形解析解，从数学角度对双 PWM ASDs 调制机械系统振荡及谐波共调制的过程进行建模。

若以 $x(t)$ 、 $y(t)$ 、 $h(t)$ 分别代表载波、调制波及谐波在 2-D 傅里叶级数中的时间函数，则在共调制下，变流器输出相电压 $f(t)=f(x(t),y(t),h(t))$ ，其单位元如图 2 所示。其中载波与调制波决定了单位元等值线的边界 P_1 与 P_2 ，如式(1)所示：

$$\begin{cases} P_1 = 2k(\pi + 1) - \theta_c - \frac{\pi}{2}(1 + M \cos y) \\ P_2 = 2k\pi - \theta_c + \frac{\pi}{2}(1 + M \cos y) \end{cases} \quad (1)$$

式中： $y(t) = \omega_0 t$ ； θ_c 为载波的初相； M 为调制比。

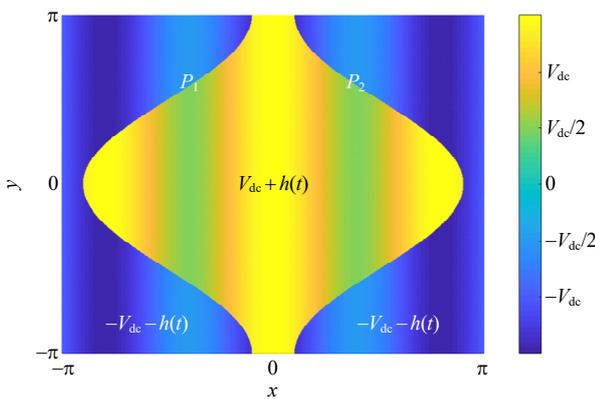


图 2 谐波共调制的单位元
Fig. 2 Unit cells for Common modulation

而谐波 $h(t)$ 被共调制后，导致了 PWM 输出值的波动，即分别为 $V_{dc} + h(t)$ 与 $-V_{dc} - h(t)$ ，在图 2 中这一波动以图例所示的等值区域表示。需要说明的是，为了示意图的清晰，谐波的幅值较大、频率较低，且认为谐波是余弦函数。

因此，可将 PWM 输出表示为

$$f(x,y,h) = \begin{cases} -V_{dc} - h, & 2\pi k - \pi + \theta_c \leq x < P_1 \\ V_{dc} + h, & P_1 \leq x < P_2 \\ -V_{dc} - h, & P_2 \leq x < 2\pi k + \pi + \theta_c \end{cases} \quad (2)$$

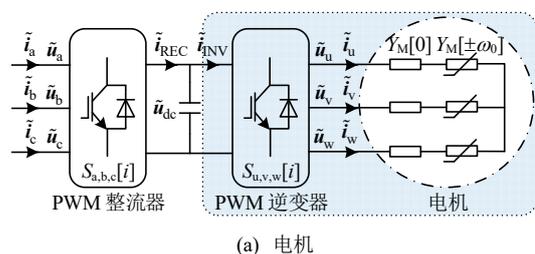
对式(2)进行 2-D 傅里叶展开(具体推导过程见附录 A)可以得到描述共调制过程的开关函数 $S(t)$ ，并且由附录 A 中的推导，这一开关函数对于调制波与谐波的调制是线性可加的，即 $u_{out} = V_{dc} \cdot S(t) + h \cdot S(t)$ ，其中开关函数为

$$S(t) = M \cos(\omega_0 t + \theta_0) + \frac{4}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty, n \neq 0}^{\infty} \frac{1}{m} J_n\left(\frac{\pi}{2} m M\right) \cdot \sin\left(\frac{m+n}{2} \pi\right) \cos[m\omega_c t + n(\omega_0 t + \theta_0)] \quad (3)$$

式中： $J_n(\cdot)$ 表示第一类 n 阶 Bessel 函数； θ_0 为调制波初相。这一开关函数主要描述了载波共调制后 PWM 输出波形各次谐波分量的大小，在形式上与文献[23]相同。值得指出的是，式(3)对于调制波与谐波共调制后，PWM 输出波形包含的谐波分量具有线性可加性，其本身却具有很强的非线性特征，式(3)可以很好地从数学上描述共调制的机理与共调制产物。

3 双 PWM 交流调速系统谐波阻抗模型

对于单个双 PWM ASDs 调制机械系统振荡、注入电网谐波的建模及分析，在文献[6]中已经有所阐述。但是对具有多网联双 PWM ASDs 的配电网，其低频振荡事件可能与多个谐波源相关，而谐波源之间又不是完全独立的，仅以注入电流的谐波分量叠加将不能完整准确地进行分析。因此，将双 PWM ASDs 对谐波的共调制、混频过程归纳为谐波阻抗模型可为多双 PWM 调速系统配电网低频振荡分析提供全新的数学工具。谐波阻抗模型的计算步骤如下：1) 根据异步电机的实际工况，将机械系统振荡简化为时变导纳，计算逆变器的谐波导纳，如图 3(a)、(b)所示。2) 将直流侧谐波阻抗表示为谐波混频环节，如图 3(c)所示。3) 计算双 PWM ASDs 的网侧谐波阻抗，如图 3(d)所示。本部分之后将叙述详细推导过程。



(a) 电机

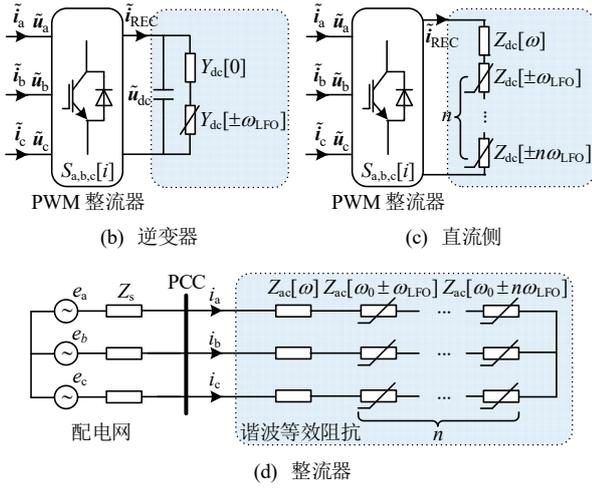


图 3 谐波阻抗模型的计算步骤示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the calculation steps of the harmonic impedance model

3.1 逆变侧谐波导纳模型

本文采用谐波线性化方法对双 PWM ASDs 阻抗建模，即将谐波扰动叠加到系统的激励上，之后求得相应变量的响应，并通过谐波平衡原理^[24]提取扰动频率处的相应分量。由于谐波阻抗在复频域中计算较为简便、清晰，因此将式(3)开关函数表示为傅里叶级数的复数形式，其中系数可以通过欧拉公式求得，如式(4)所示。这样，虽然引入了负频率，但可将周期信号表示为一系列不同频率的复指数信号的线性组合，对于相位及调制波与谐波调制过程的计算将得到极大的简便。

$$S_{u,v,w}[i] = \begin{cases} \frac{M_{INV} e^{\pm j\varphi_0}}{2}, & i = \pm\omega_{INV} \\ \frac{2}{\pi} e^{\pm jn\varphi_0} D_{INV}(m,n), & i = \pm(m\omega_{cl} + n\omega_{INV}) \end{cases} \quad (4)$$

式中： φ_0 为初相位，对于三相电流、电压分别取 $0, -2\pi/3, -4\pi/3$ ； $\omega_{INV}, \omega_{cl}$ 分别为逆变器输出基波与逆变器载波的角频率； M_{INV} 为逆变器调制比； $D_{INV}(m,n) \triangleq J_n(mM_{INV}\pi/2) \sin[(m+n)\pi/2]/m$ 。

设直流侧稳态电压为 U_{dc} ，直流侧的小信号谐波扰动为 $\tilde{U}_{dc} \cos(\omega_p t + \varphi_p)$ ，其中 \tilde{U}_{dc} 为扰动幅值，且 $\tilde{U}_{dc} \ll U_{dc}$ ， ω_p 为基波频率数量级相近的扰动频率， φ_p 为扰动初相位，同样将其写成频域形式，即：

$$\tilde{U}_{dc}[i] = \frac{\tilde{U}_{dc}}{2} e^{\pm j\varphi_p}, \quad i = \pm\omega_p \quad (5)$$

根据第 2 节中的开关函数对共调制谐波的线性可加性，在时域中，电机一相电压的小信号扰动 $\tilde{U}_{u,v,w}(t) = \tilde{U}_{dc}(t) \cdot S_{u,v,w}(t)$ ， $S_{u,v,w}(t)$ 为逆变器三相开

关函数。根据卷积定理，即一个域中的乘积对应另一个域中的卷积，因此有频域中：

$$\tilde{U}_{u,v,w}[i] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} S_{u,v,w}[k] \tilde{U}_{dc}[i-k] \quad (6)$$

将式(4)、(5)代入式(6)，直流侧小信号扰动经过逆变器共调制后，在频域上分化为与逆变器基波频率有关的低频谐波簇及与逆变器开关频率相关的高频谐波簇两部分，即：

$$\tilde{U}_{u,v,w}[i] = \begin{cases} \frac{\tilde{U}_{dc} M_{INV} e^{\pm j(\varphi_p + \varphi_0)}}{4}, & i = \pm\omega_p \pm \omega_{INV} \\ \frac{\tilde{U}_{dc} e^{\pm j(\varphi_p + n\varphi_0)}}{\pi} D_{INV}(m,n), & i = \pm\omega_p \pm (m\omega_{cl} + n\omega_{INV}) \end{cases} \quad (7)$$

需要指出的是，式(7)表示的小信号电压扰动与计算谐波阻抗相关，而逆变器输出电压，即提供三相异步电机做功，是开关函数调制直流侧稳态电压产生的。

对于目前广泛使用的异步电机，其额定转差率 s_N 一般都在 10^{-2} 数量级，因此在电机稳定运行区间内 ($0 < s < s_m$ ， s, s_m 分别为转差率、最大转差率)，电磁转矩 T_{em} 与 s 成正比。其次，当电机启动运行时，为了充分利用异步电动机固有电磁约束，其调速系统有 $U_1/f_1 = \text{const}$ 和 $E_1/f_1 = \text{const}$ 两种控制方式。为了得到最大恒转矩启动，常常采用 $E_1/f_1 = \text{const}$ 的控制方式运行，这样在启动时，电机跨越了其固有特性上的不稳定非线性区，仍工作在 $T_{em}-s$ 曲线的线性区。因此，在本文中认为 T_{em} 与 s 具有线性关系，转矩振荡将线性的映射到转差率振荡。

此外，本文主要考虑异步电机额定工况运行时，转矩振荡对于双 PWM 系统阻抗的影响。对于异步电机等效阻抗 $Z = \sqrt{(R_1 + R_2'/s)^2 + (X_{1\sigma} + X_{2\sigma}')^2}$ ，由于 $s \ll 1$ 使得 R_2'/s 远大于其余各项值，即 $Z \approx R_2'/s$ ，具体在额定工况下(参数见表 1)， $R_2'/s = 0.3\Omega$ 而 $Z = 0.31\Omega$ 。综上，当电机转矩在稳态工作点附近振荡时可得到简化的电机一相阻抗 $Z = R_2'/(s + \Delta s)$ ，其中 Δs 为转矩振荡造成的转差率振荡。因此，当考虑电机转矩波动时， Z 亦具有稳态阻抗及与振荡相关的时变阻抗两部分，可将其表示为频域中的电机一相导纳 $Y_M[i]$ 为

$$Y_M[i] = \begin{cases} s / R_2', & \text{稳态} \\ \Delta s e^{\pm j\varphi_{LFO}} / (2R_2'), & i = \pm\omega_{LFO} \end{cases} \quad (8)$$

表1 实验室及深水港区桥吊双PWM调速系统参数
Table 1 Parameters of dual PWM ASD in laboratory and Deepwater port area

分类	参数符号	实验室 ASDs	港区 ASDs
异步电机	额定电压 U_N/V	380	440
	额定功率 P_N/kW	2.3	450
	额定转速 $n_N/(r/min)$	1440	1485
	极对数 p	2	2
	转子等效电阻 R'_2/Ω	0.84	0.003
机械参数	额定转差率 s_N	0.04	0.01
	电容 $C_{dc}/\mu F$	3900/975	0.01
直流侧参数	电压 U_{dc}/V	620	680
	电压 $U_{a,b,c}/V$	380	440
网侧参数	电压 $U_{a,b,c}/V$	380	440
	基波频率 f_0/Hz	50	50

式中：波动量远小于稳态工作点值即 $\Delta s \ll s$ ； ω_{LFO} 为转差率振荡频率； φ_{LFO} 为转差率振荡的初相位。在时域中，电机一相电流 $\tilde{i}_{u,v,w}(t) = \tilde{U}_{u,v,w}(t) \cdot Y_M(t)$ ，应用卷积定理将其表达到频域中有：

$$\tilde{i}_{u,v,w}[i] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} Y_M[k] \tilde{U}_{u,v,w}[i-k] \quad (9)$$

将式(7)、(8)代入式(9)，可得式(10)。由式(10)可知，电机转矩振荡从机械系统注入电气系统，成为了一个振荡频率为 ω_{LFO} 的谐波源。这一谐波源以非线性时变导纳的形式出现在模型中，流过其的电流被与机械振荡有关的频率调制。而稳态转差率 s 与波动无关，因此仍为线性导纳的形式。上述线性及时变导纳进一步通过变流器的共调制，构成双PWM ASDs 谐波阻抗模型。因此，逆变器侧注入直流侧的小信号扰动电流 $\tilde{i}_{inv}[i]$ 为：

$$\tilde{i}_{u,v,w}[i] = \begin{cases} \frac{\tilde{U}_{dc} M_{INV} s e^{\pm j(\varphi_p + \varphi_0)}}{4R'_2}, & i = \pm \omega_p \pm \omega_{INV} \\ \frac{\tilde{U}_{dc} s e^{\pm j(\varphi_p + n\varphi_0)}}{\pi R'_2} D_{INV}(m, n), & i = \pm \omega_p \pm (m\omega_{cl} + n\omega_{INV}) \\ \frac{\tilde{U}_{dc} M_{INV} \Delta s}{8R'_2} e^{\pm j(\varphi_p + \varphi_{LFO} + \varphi_0)}, & i = \pm \omega_p \pm \omega_{LFO} \pm \omega_{INV} \\ \frac{\tilde{U}_{dc} \Delta s e^{\pm j(\varphi_p + \varphi_{LFO} + n\varphi_0)}}{2\pi R'_2} D_{INV}(m, n), & i = \pm \omega_p \pm \omega_{LFO} \pm (m\omega_{cl} + n\omega_{INV}) \end{cases} \quad (10)$$

$$\tilde{i}_{inv}[i] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} S_u[k] \tilde{i}_u[i-k] + S_v[k] \tilde{i}_v[i-k] + S_w[k] \tilde{i}_w[i-k] \quad (11)$$

将式(4)、(10)代入式(11)，为了求得谐波阻抗，仅需要考虑与直流侧小信号扰动电压频率 ω_p 相近的谐波，且本文讨论的谐波与电网低频振荡有关，由此可得式(12)。

$$\tilde{i}_{inv}[i] = \begin{cases} \frac{3\tilde{U}_{dc} M_{INV}^2 s e^{\pm j\varphi_p}}{4R'_2} + \frac{12\tilde{U}_{dc} s e^{\pm j\varphi_p}}{\pi^2 R'_2} \\ \sum_{m=1-\infty, n=3k\pm 1}^{\infty} \sum_{n=3k\pm 1}^{\infty} D_{INV}^2(m, n), & i = \pm \omega_p \\ \frac{3\tilde{U}_{dc} M_{INV}^2 \Delta s}{8R'_2} e^{\pm j(\varphi_p + \varphi_{LFO})} + \frac{6\tilde{U}_{dc} \Delta s e^{\pm j(\varphi_p + \varphi_{LFO})}}{\pi^2 R'_2} \\ \sum_{m=1-\infty, n=3k\pm 1}^{\infty} \sum_{n=3k\pm 1}^{\infty} D_{INV}^2(m, n), & i = \pm \omega_p \pm \omega_{LFO} \end{cases} \quad (12)$$

由式(12)与式(5)相除，可得电机与逆变器在直流侧的输入谐波导纳 Y_{dc} ，其中电流与电压的相同频率项 ω_p 相除值对应线性导纳 \bar{Y}_{dc} ，当不考虑电机机械振荡时，其代表了稳态值。而式(12)中的 $\omega_p \pm \omega_{LFO}$ 项则表明了电机机械振荡作为谐波源与直流侧输入电压小信号扰动(其频率为 ω_p)发生调制后的产物，其与式(5)相除值表示为非线性时变导纳 ΔY_{dc} 。因此，在时域中有：

$$Y_{dc} = \underbrace{\left(\frac{3M_{INV}^2}{2} + \frac{24 \sum_{m=1-\infty, n=3k\pm 1}^{\infty} \sum_{n=3k\pm 1}^{\infty} D_{INV}^2(m, n)}{\pi^2} \right)}_{y_{INV}} \left[\frac{s}{R'_2} + \frac{\Delta s \cos(\omega_{LFO} t + \varphi_{LFO})}{R'_2} \right] \quad (13)$$

式中 y_{INV} 为逆变器调制系数，观察式(13)可知，逆变器调制了电机一相导纳及代表电机转矩振荡产生谐波源的时变导纳。可以证明，由于 $J_n(\cdot) \leq 1$ 其中的系数 $\sum_{m=1-\infty, n=3k\pm 1}^{\infty} \sum_{n=3k\pm 1}^{\infty} D_{INV}^2(m, n)$ 是有界的且小于 $\pi^2/6$ 。

3.2 直流侧谐波阻抗模型

双PWM ASDs 的直流侧是谐波经过变流器共调制后，耦合、混频谐波的一个关键环节。整流器注入的谐波电流流过直流侧的谐波等效阻抗后，将与混频后的逆变侧谐波调制，形成直流侧电压的谐波分量。

将式(13)所示导纳与直流侧电容导纳相加可得直流侧总导纳，即 $Y_{dc} + j\omega C_{dc}$ ，其中 C_{dc} 为直流侧电容值。进一步应用留数定理计算定积分，将直流侧输入阻抗 Z_{dc} 表示为频域中的形式，具体推导过程参见附录B，其中应用傅里叶变换将级数表达到频域中，如下：

$$|Z_{dc}(\omega)| = \frac{2\sqrt{\alpha(\omega)}}{\sqrt{4\alpha^2(\omega) - \beta^2}} [1 - 2\pi \sum_{n=1}^{\infty} |z_1^n| \cdot (\delta(\omega - n\omega_{LFO}) + \delta(\omega + n\omega_{LFO}))] \quad (14)$$

式中： $\alpha(\omega) \triangleq (y_{INV}/R_2')^2 + (\omega C)^2$ 为稳态阻抗系数，其是频率 ω 的函数； $\beta \triangleq 2s\Delta s(y_{INV}/R_2')^2$ 为波动阻抗系数； $z_1 \triangleq (\sqrt{4\alpha^2(\omega) - \beta^2} - 2\alpha(\omega)) / \beta$ ； $\delta(\cdot)$ 为狄拉克函数。式(14)表明，对于整流侧输入直流侧的谐波电流来说，直流侧等效阻抗起到“混频器”作用，具有明显的非线性特征。式中 α 、 β 中的系数 y_{INV} 与 M_{INV} 有关，表明了逆变器共调制谐波的特征。阻抗的系数部分为线性阻抗，对应电机的稳态额定工况，当忽略电机转矩波动时，此项即为 $1/\sqrt{\alpha(\omega)}$ ；第2项为非线性阻抗，狄拉克函数对应时域中的傅里叶级数，表明了其具有 n 阶 ω_{LFO} 频率的混频特性，体现了直流侧谐波调制的数学特征。值得指出的是， $-1 < z_1 < 0$ ，因此混频系数呈指数减小，这表明了整流侧的高频谐波很难引起直流侧电压的波动，而低频谐波是直流侧波动的主要诱因。

3.3 网侧谐波阻抗模型

对于双PWM调速系统，直流侧电压主要是由网侧整流器输出电流 i_{rec} 建立的，因此设系统网侧输入电流在频域中为：

$$i_{a,b,c}^p[i] = \begin{cases} \frac{I_o e^{\pm j\varphi_0}}{2}, & i = \pm\omega_0 \\ \frac{I_p e^{\pm j(\varphi_p + \varphi_0)}}{2}, & i = \pm\omega_p \end{cases} \quad (15)$$

$$i_{a,b,c}^n[i] = \begin{cases} \frac{I_o e^{\pm j\varphi_0}}{2}, & i = \pm\omega_0 \\ \frac{I_p e^{\pm j(\varphi_p - \varphi_0)}}{2}, & i = \pm\omega_p \end{cases} \quad (16)$$

式(15)、(16)分别为正、负序输入电流，其中： I_o 、 ω_0 分别为网侧基波幅值与频率； I_p 、 ω_p 分别为网侧小信号扰动电流的幅值与频率，且 $I_p \ll I_o$ 。将式(4)应用到整流器，得到开关函数 $S_{a,b,c}[i]$ 频域表达式如下：

$$S_{a,b,c}[i] = \begin{cases} \frac{M_{REC} e^{\pm j\varphi_0}}{2}, & i = \pm\omega_0 \\ \frac{2}{\pi} e^{\pm jn\varphi_0} D_{REC}(m, n), & i = \pm(m\omega_{cR} + n\omega_0) \end{cases} \quad (17)$$

式中： ω_0 、 ω_{cR} 分别为网侧基波角频率与整流器载波角频率； M_{REC} 为整流器调制比； $D_{REC}(m, n) \triangleq J_n(mM_{REC}\pi/2) \sin[(m+n)\pi/2]/m$ 。以下推导与逆变侧

类似，应用式(11)同理可得整流器注入直流侧的小信号扰动电流 $\tilde{i}_{rec}^p[i]$ 为

$$\tilde{i}_{rec}^p[i] = \begin{cases} \frac{3I_p M_{REC}}{2} e^{j\varphi_p}, & i = \omega_p - \omega_0 \\ \frac{6I_p}{\pi} e^{\pm j\varphi_p} D_{REC}(m, n), & i = (m\omega_{cR} + n\omega_0) \pm \omega_p, \\ & n = 3k \mp 1, k \in Z \end{cases} \quad (18)$$

由式(18)及式(14)相乘可得直流侧扰动电压 $\tilde{U}_{dc}^p[i]$ ，其中线性阻抗部分不发生谐波调制，而对于非线性阻抗部分有 $\tilde{U}_{dc}^p[i] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \tilde{i}_{rec}^p[k] Z_{dc}[i-k]$ ，因此可得：

$$\tilde{U}_{dc}^p[i] = \begin{cases} \frac{3I_p M_{REC} \sqrt{\alpha(\omega_p - \omega_0)}}{\sqrt{4\alpha^2(\omega_p - \omega_0) - \beta^2}} e^{j\varphi_p}, & i = \omega_p - \omega_0 \\ \frac{3I_p M_{REC} \pi \sqrt{\alpha(\omega_p - \omega_0)} z_1^n}{\sqrt{4\alpha^2(\omega_p - \omega_0) - \beta^2}} e^{j(\varphi_p + n\varphi_{LFO} + n\pi)}, & i = \omega_p - \omega_0 \pm n\omega_{LFO} \end{cases} \quad (19)$$

式(19)忽略了与开关频率相关的谐波，这是由于直流侧电容对于高频谐波有更好的抑制作用，且开关频率段的直流侧阻抗 $Z_{dc}(m\omega_p + n\omega_c \pm \omega_p)$ 远小于低频段。式(19)体现了对于整流侧输入的谐波及逆变侧输出的谐波，直流侧的耦合作用表现为取得两侧谐波的外差。对于注入直流侧的电流，直流侧阻抗中的线性阻抗部分产生的电压谐波频率不发生变化，而非线性阻抗则产生了调制后的与 n 阶 ω_{LFO} 相关的谐波电压。直流侧不仅调制两侧变流器的谐波，更重要的是具有明显的混频特性。应用式(11)同理可得双PWM ASDs网侧三相小信号扰动电压 $\tilde{U}_{a,b,c}^p[i]$ 如下：

$$\tilde{U}_{a,b,c}^p[i] = \begin{cases} \frac{3I_p M_{REC}^2 \sqrt{\alpha(\omega_p - \omega_0)}}{2\sqrt{4\alpha^2(\omega_p - \omega_0) - \beta^2}} e^{j(\varphi_p + \varphi_0)}, & i = \omega_p \\ \frac{3I_p M_{REC}^2 \pi \sqrt{\alpha(\omega_p - \omega_0)} z_1^n}{2\sqrt{4\alpha^2(\omega_p - \omega_0) - \beta^2}} e^{j(\varphi_p + \varphi_0 + n\varphi_{LFO} + n\pi)}, & i = \omega_p \pm n\omega_{LFO} \end{cases} \quad (20)$$

式(20)结合式(15)可得双PWM调速系统正序输入阻抗 Z_{ac}^p 如式(21)：

$$|Z_{ac}^p(\omega)| = \frac{3M_{REC}^2 \sqrt{\alpha(\omega - \omega_0)}}{2\sqrt{4\alpha^2(\omega - \omega_0) - \beta^2}} [1 - 2\pi \sum_{n=1}^{\infty} |z_1^n| \cdot (\delta(\omega - \omega_0 - n\omega_{LFO}) + \delta(\omega - \omega_0 + n\omega_{LFO}))] \quad (21)$$

同理可得负序输入阻抗 Z_{ac}^n 如式(22)：

$$|Z_{ac}^n(\omega)| = \frac{3M_{REC}^2 \sqrt{\alpha(\omega + \omega_0)}}{2\sqrt{4\alpha^2(\omega + \omega_0) - \beta^2}} [1 - 2\pi \sum_{n=1}^{\infty} |z_1^n| \cdot (\delta(\omega + \omega_0 - n\omega_{LFO}) + \delta(\omega + \omega_0 + n\omega_{LFO}))] \quad (22)$$

对于式(21)、(22)，值得指出的是：1) 根据不确定性原理，系统转矩负载振荡要满足有界且连续；2) 在两式中，稳态阻抗部分在频域上是连续的，而非线性时变阻抗在时域上是连续的，在频域上是离散的，因此狄拉克函数是为了表示傅里叶级数的离散系数而出现，其值应为狄拉克函数在定义域上的积分，其值为1。

4 模型的实验验证与分析

为了验证前两部分提出的双 PWM 调速系统对机械振动共调制机理及谐波阻抗模型的准确性和实用性，本节以上海洋山深水港岸桥起重机(以下简称桥吊)及其双 PWM ASDs、港区配电网作为参数依据，首先基于实验室双 PWM ASDs 及电机进行试验验证，之后将模型计算与港区配电网运行数据对比，解释了弱连接配电网低频振荡的机理。

在实验中，频率为 f_p 的小信号扰动通过功率放大器以及隔离变压器分别注入直流侧与网侧，当系统达到稳态之后，分别测量电压电流并通过傅里叶分析得到 f_p 频率的幅值，即可得到阻抗值。为了减小铁芯磁滞对实验结果的影响，小信号扰动频率应递增调整。实验室的三相异步电机(induction motor, IM)由永磁同步电机(permanent-magnet synchronous motor, PMSM)作为机械负载。为实现转矩波动，采用直流电机励磁加馈方式，总励磁电流即为 $I_f + \Delta I_f \cdot \cos\omega_{LFO}$ ，且有 $I_f \gg 2\Delta I_f$ 。实验装置实物如图 4 所示，其中 PSI 为扰动信号注入系统(perturbation signal injection, PSI)，包含了运放模块及注入隔离



图 4 双 PWM 调速系统实验装置

Fig. 4 Photograph of the Dual PWM ASD hardware setup

变压器。实验室及港区桥吊双 PWM 调速系统参数见表 1。使用了电压、电流互感器与 a-eberle PQI-DA smart 实地测试上海海洋山深水港区 10kV 母线上电压电流，采样频率 40.96kHz。使用 Honeywell 的 2100A 扭矩测量系统测试转矩。

4.1 直流侧谐波阻抗的验证

电压型双 PWM 调速系统中，直流侧一般为平抑两侧变流器开关频率的高次谐波设计，而容抗也与频率成反比，因此低频谐波更易通过直流侧注入到网侧。而机械系统振荡产生的谐波往往频率很低，这使得其决定了直流侧谐波的主要频率特征。

利用 PSI 对 PMSM 加馈可变频率的励磁电流波动以产生异步电机负载转矩波动，直流侧实测电压、电流及其频谱如图 5 所示。直流侧注入整流侧的电流 i_{rec} 在直流分量 5.8A 上下低频波动，从其波形细节可以观察到一定的高次谐波含量。当电机转矩波动频率 $f_{LFO} = 11\text{Hz}$ 时，直流侧谐波频率主要为 ω_{LFO} 的整数倍，即 11、22、33Hz 等，且 $n \cdot \omega_{LFO}$ 次谐波的幅值对式(14)中所定义的系数 z_1 呈指数衰减的趋势(由附录 B, $|z_1| < 1$)，这验证了式(14)的结论。

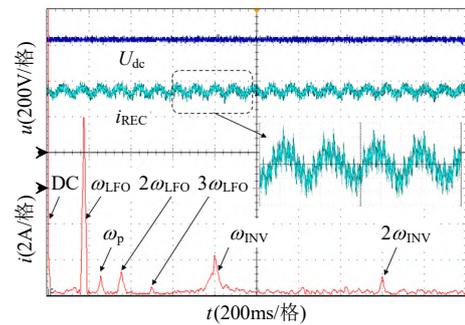


图 5 双 PWM 调速系统直流侧电压电流波形及其频谱

Fig. 5 voltage and current waveform and frequency spectrum of Dual PWM ASD DC link

根据式(14)计算整流侧向直流侧的输入阻抗并与实验值相比较，在计算与实验中考虑了两种不同的直流侧电容值，如图 6 所示，图中 A 对应 $975\mu\text{F}$ ，B 对应 $3900\mu\text{F}$ 。计算与实验结果有很好的 consistency。

考虑电机转矩振荡时，直流侧阻抗显示显著的非线性，其区别于一般阻抗的幅频曲线在于：其在 n 阶 ω_{LFO} 频率处表现出阻抗突变点，为稳态阻抗与谐波阻抗共同作用的结果，谐波阻抗成为决定幅值的主要因素。从等效电路角度分析，直流侧阻抗为稳态阻抗与谐波时变阻抗串联决定，阻抗模型的电路可表示为图 3(c)。值得指出的是，谐波阻抗在时域中随时间周期变化，而在频域中则表现为幅频

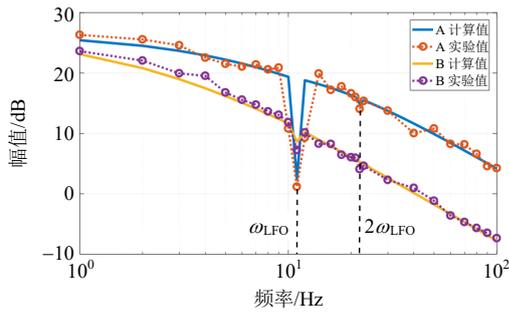


图 6 双 PWM 调速系统直流侧谐波阻抗
Fig. 6 Harmonic impedance responses of dual PWM ASD DC link

曲线上的突变点。直流侧阻抗体现出明显的“混频器”特征，这验证了附录 B 所做数学推导及式(14)结论的实际物理意义。

另一方面，从图 6 也可知，直流侧电容值对于谐波阻抗的影响，即容值越大，曲线越接近稳态阻抗。当容值从 975μF(图 6 中 A)增加到 3900μF(图 6 中 B)时，在 ω_{LFO} 处的阻抗突变明显减少。这从式(14)验证了直流侧电容对谐波的平抑作用，并且提供了一种选择双 PWM 调速系统容值的计算方法。

4.2 网侧谐波阻抗的验证

机械系统振荡作为谐波源，通过双 PWM ASDs 的共调制注入网侧，造成公共连接点(point of common coupling, PCC)三相输入电流波动，实测波形如图 7 所示。三相电流共同构筑了波形低频振荡的包络线，包络线的频率、幅值与电流有效值波动相同。基波频率 ω_0 与 ω_{LFO} 相关的一系列频率簇发生混叠，是造成包络线及有效值波动的主要原因。图 7 中三相电流频谱如图 8 所示，主要谐波分量分布在 $\omega_0 \pm n\omega_{LFO}$ 频率上，并且其幅值呈指数衰减(由附录 B, $|z_1| < 1$)。

通过双 PWM ASDs 网侧 PSI 中的隔离变压器注入频率为 ω_p 的小信号扰动电流，如图 8 中所示。与上一节所述的实验参数相同，测得直流侧电容值

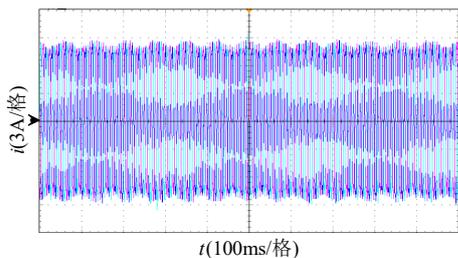


图 7 双 PWM 调速系统网侧三相输入电流波形
Fig. 7 Three-phase ASD input currents waveforms of Dual PWM ASD

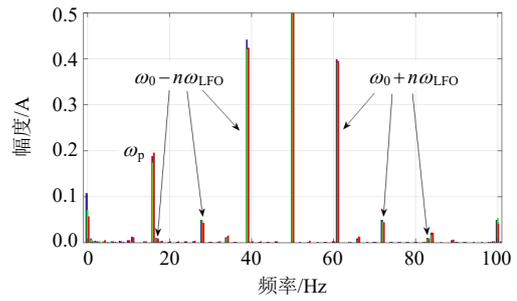
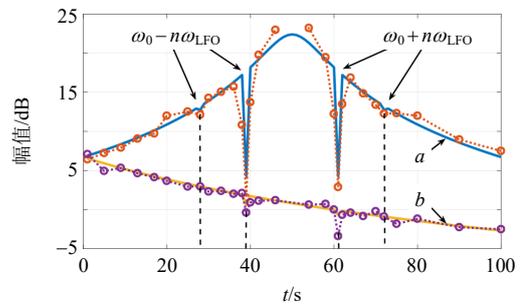


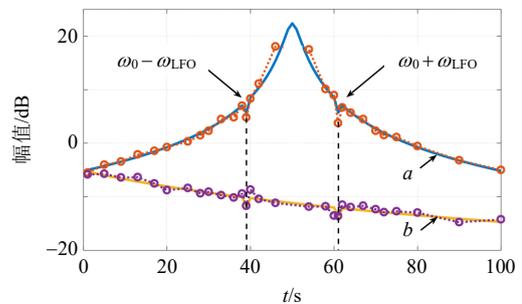
图 8 双 PWM 调速系统网侧三相输入电流频谱
Fig. 8 Spectra of Three-phase ASD input currents of dual PWM ASD

为 975 及 3900μF 时网侧阻抗，分别如图 9(a)、(b)所示，图中实线为根据式(21)、(22)所得的计算值，点划线为实验值，图中 a、b 分别表示正序阻抗、负序阻抗曲线。通过对比计算预测的阻抗值与实验值具有很好的一致性。值得指出的是，根据定义，在 ω_0 处不存在具有物理意义的小信号阻抗值。

系统网侧阻抗与直流侧阻抗具有相似的特征，稳态阻抗在 $\omega_0 \pm n\omega_{LFO}$ 频率处具有离散的突变点，这表现出了基波频率与机械振荡频率在系统网侧混叠的性质，其中 $n\omega_{LFO}$ 是直流侧阻抗混频产生的。网侧阻抗模型的电路可表示为图 3(d)。在实验室电机功率较小的情况下(2.3kW)，负序阻抗中谐波阻抗部分较正序阻抗小。并且，在直流侧电容从 975μF



(a) 直流侧电容值为 975μF



(b) 直流侧电容值为 3900μF

图 9 不同直流侧电容值的双 PWM 调速系统网侧谐波阻抗
Fig. 9 Grid-side harmonic impedance responses of dual-PWM ASD with different DC-link capacitance values

增加到 3900 μ F 后,网侧阻抗中机械振荡的非线性阻抗部分明显减小,分别如图 9(a)、(b)所示。

4.3 大功率双 PWM ASDs 网侧谐波阻抗特性与对比

4.2 节讨论了实验室功率级别(2.3kW)的双 PWM ASDs 的谐波阻抗,本节将分析港区工业使用的大功率系统(450kW),其网侧谐波阻抗如图 10 所示。图中为式(21)、(22)所得的计算值,点划线为仿真值, *a*、*b* 分别表示正序阻抗、负序阻抗曲线。可以发现,网测阻抗仍为稳态阻抗与离散谐波阻抗的合成值,非线性的谐波阻抗在 $\omega_0 \pm n\omega_{LFO}$ 频率上造成了阻抗突变。阻抗的特征基本符合上一节的分析和结论,但是大功率系统具有其他特点:1) 正负序阻抗值更加接近;2) 稳态阻抗值随频率的变化不明显,这导致了谐波非线性阻抗决定了系统阻抗的最小值;3) 谐波对阻抗的影响可能造成系统网侧阻抗远小于稳态值。4) 对于大功率系统受制于直流侧电压跟随性的考虑,直流侧容值不宜过大,因此,减小谐波阻抗更加困难。

另一方面,当转矩振荡频率 ω_{LFO} 变化时,双 PWM 调速系统的网侧阻抗如图 11 所示,其中,图 11(a)、(b)分别为电机功率 2.3、450kW。当 ω_{LFO} 从 1Hz 增加到 70Hz 时,对于小功率系统,网侧阻

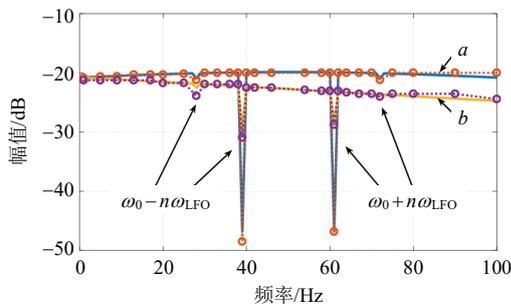
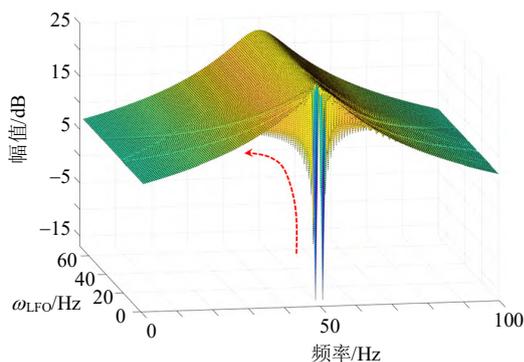
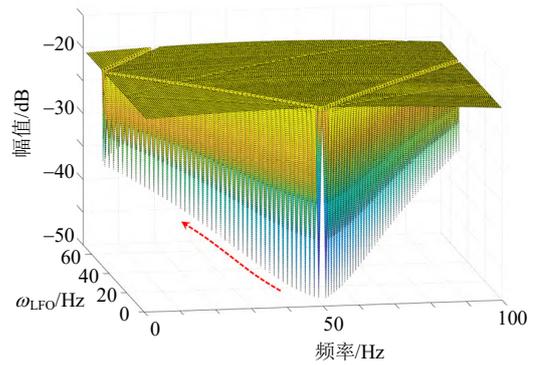


图 10 大功率双 PWM 调速系统网侧谐波阻抗
Fig. 10 Grid-side harmonic impedance responses of high-power dual-PWM ASD



(a) 小功率双 PWM 调速系统



(b) 大功率双 PWM 调速系统

图 11 转矩振荡频率变化时的网侧谐波阻抗
Fig. 11 Grid-side harmonic impedance with torque oscillation frequency changes

抗中的谐波非线性部分迅速减小,而对于大功率系统,减小较不明显,如图 11 中箭头虚线所示。这说明:1) 低频的谐波源对应的非线性阻抗大于高频谐波,低频谐波根本的改变双 PWM ASDs 的阻抗特性;2) 小功率的双 PWM ASDs 的阻抗特性,除了极低频率机械振荡,受到谐波的影响相较于大功率系统较为有限;3) 大功率双 PWM ASDs 的阻抗特性主要由谐波非线性阻抗部分决定。

5 洋山深水港区电网低频振荡机理分析

洋山深水港区电网负载主要为电力电子设备,即大功率桥吊电机与双 PWM ASDs。电网在两台容量为 50MVA 主变合母运行时短路比(short circuit ratio, SCR)为 2.2,接近极弱连接^[25]。此外,港区四期自动化码头,采用了大量自动化设备,虽极大提高了作业效率,但桥吊运行的同步性提高、暂态波动更为剧烈,这使得风力、惯性等原因造成的转矩振荡同时、同频的施加到同一 10kV 母线上并联的多台桥吊电机上。这使得多台双 PWM 调速系统的网侧阻抗具有相同的谐波非线性阻抗部分,在转矩波动频率簇上应发生叠加。

根据电网实测数据,即桥吊电机的转矩波动频率 f_{LFO} 在 13Hz 左右时,并结合前文结论进行仿真可得 10kV 母线上电压与电流波形分别如图 12(a)、(b)所示。根据 a-eberle PQI-DA 实测得港区四期明珠山降压站 10kV 母线电压、电流波形如图 13 所示,其对应频谱分别如图 14 所示。

由图 14 可知,电网低频振荡的频率特征主要在于与谐波非线性阻抗相关的频率簇 $\omega_0 \pm n\omega_{LFO}$,这符合本文结论。其与图 12 结果相比,实测结果频率更加分散,但谐波频率均是围绕转矩振荡频率

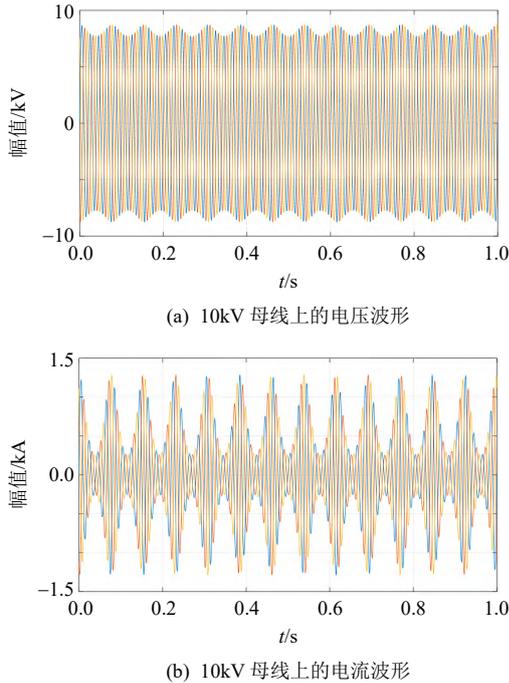


图 12 使用模型仿真的 10kV 母线上的电压电流波形

Fig. 12 Simulation result of the voltage and current waveforms on the 10kV busbar

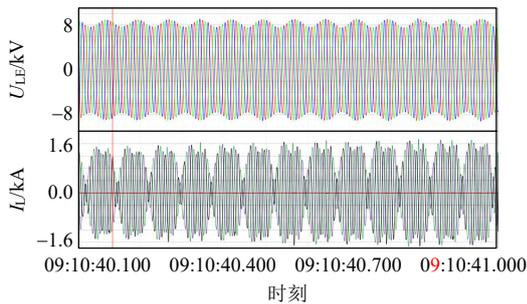


图 13 实测颗珠山降压站 10kV 母线电压与电流波形

Fig. 13 Experimental result of the voltage and current waveforms on the 10kV busbar of Kezhushan substation

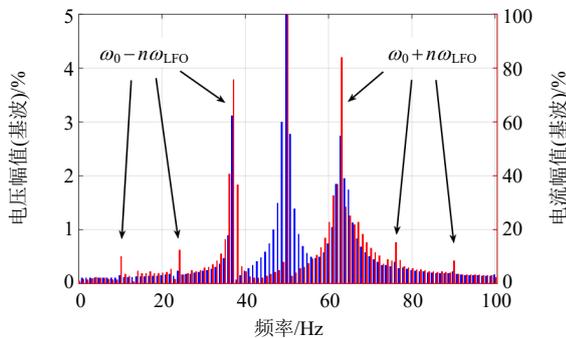


图 14 实测颗珠山降压站 10kV 母线电压与电流频谱

Fig. 14 Experimental result of the voltage and current spectra on the 10kV busbar of Kezhushan substation

与基波频率混叠的频率点。需要指出的是，通过对直流侧阻抗应用留数定理的分析，将阻抗表示为与

谐波阻抗相关的形式，能够很好的分析电网低频振荡的频率特征，确切电网 n 次谐波的产生机理。

6 结论

本文提出了谐波与调制波共调制机理，并基于 Bessel 函数的 2-D 傅里叶级数得到共调制的开关函数，在考虑电机转矩振荡的情况下，推导了双 PWM ASDs 的谐波阻抗模型。并在结合模型分析与实验数据及上海国际航运中心洋山深水港区电网的实测数据，得到以下结论：

- 1) 变流器采用 SPWM 调制策略时，载波对基波和谐波进行共调制，并可用具有线性可加性的开关函数表示。
- 2) 电压源型双 PWM ASDs 的直流侧具有混频效应，可表示为稳态阻抗及一系列谐波非线性阻抗。
- 3) 双 PWM ASDs 网侧阻抗的非线性部分在基波与转矩波动频率混叠的频率簇 $\omega_0 \pm n\omega_{LFO}$ 上，且网侧阻抗与直流侧电容值及电机功率大小有关。
- 4) 电网低频振荡可使用本文阻抗模型进行分析，并定量的描述低频振荡的机理。

尽管本文仅对双 PWM ASDs 进行了建模，但该模型及其结论可被用于对不同类型的 AC-DC-AC 系统。更进一步的，对于弱连接电力电子化电力系统的低频振荡机理提供了有效的分析工具。

参考文献

- [1] 谢小荣, 刘华坤, 贺静波, 等. 电力系统新型振荡问题浅析[J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(10): 2821-2828. XIE Xiaorong, LIU Huakun, HE Jingbo, et al. On new oscillation issues of power systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2018, 38(10): 2821-2828(in Chinese).
- [2] 姜齐荣, 王玉芝. 电力电子设备高占比电力系统电磁振荡分析与抑制综述[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(22): 7185-7200. JIANG Qirong, WANG Yuzhi. Overview of the analysis and mitigation methods of electromagnetic oscillations in power systems with high proportion of power electronic equipment[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(22): 7185-7200(in Chinese).
- [3] KAHROBAEIAN A, MOHAMED Y A R I, Analysis and mitigation of low-frequency instabilities in autonomous medium-voltage converter-based microgrids with dynamic loads[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 61(4): 1643-1658.
- [4] 陈露洁, 徐式蕴, 孙华东, 等. 高比例电力电子电力系统宽频带振荡研究综述[J]. 中国电机工程学报, 2021,

- 41(7): 2297-2309.
- CHEN Lujie, XU Shiyun, SUN Huadong, et al. A survey on wide-frequency oscillation for power systems with high penetration of power electronics[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(7): 2297-2309(in Chinese).
- [5] 周毅, 胡海涛, 雷科, 等. 电气化铁路低频等幅振荡机理分析[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(9): 3024-3036.
- ZHOU Yi, HU Haitao, LEI Ke, et al. Mechanism analysis of the sustained low-frequency oscillation in the electric railway system[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(9): 3024-3036(in Chinese).
- [6] 杨迪瑞, 杨文焕, 李荣高. 双 PWM 交流调速系统耦合调制建模及其注入电网谐波电流特性分析[J]. 中国电机工程学报, 2017, 37(3): 869-879.
- YANG Dirui, YANG Wenhuan, LI Ronggao. Modeling for coupling modulation in dual PWM speed control systems and characteristic analysis of interharmonic currents injected into distribution networks[J]. Proceedings of the CSEE, 2017, 37(3): 869-879(in Chinese).
- [7] SUN Jian. Small-signal methods for electric ship power systems[C]//2009 IEEE Electric Ship Technologies Symposium. Baltimore: IEEE, 2009: 44-52.
- [8] 曾志杰, 肖华锋, 高博, 等. 并网逆变器小信号建模简化方法与应用[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(21): 7002-7011.
- ZENG Zhijie, XIAO Huafeng, GAO Bo, et al. Simplified small-signal modeling method of grid-connected inverters and its applications[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(21): 7002-7011(in Chinese).
- [9] WEN Bo, BOROYEVICH D, BURGOS R, et al. Small-signal stability analysis of three-phase AC systems in the presence of constant power loads based on measured d - q frame impedances[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2015, 30(10): 5952-5963.
- [10] WEN Bo, DONG Dong, BOROYEVICH D, et al. Impedance-based analysis of grid-synchronization stability for three-phase paralleled converters[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2016, 31(1): 26-38.
- [11] LIAO Yicheng, LIU Zhigang, ZHANG Han, et al. Low-frequency stability analysis of single-phase system with dq -frame impedance approach (Part I): impedance modeling and verification[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2018, 54(5): 4999-5011.
- [12] KWON J, WANG Xiongfei, BLAABJERG F, et al. Linearized modeling methods of AC-DC converters for an accurate frequency response[J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2017, 5(4): 1526-1541.
- [13] SUN Jian, BING Zhonghui, KARIMI K J. Input impedance modeling of multipulse rectifiers by harmonic linearization[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2009, 24(12): 2812-2820.
- [14] BING Zhonghui, KARIMI K J, SUN Jian. Input impedance modeling and analysis of line-commutated rectifiers[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2009, 24(10): 2338-2346.
- [15] CESPEDES M, SUN Jian. Impedance modeling and analysis of grid-connected voltage-source converters[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2014, 29(3): 1254-1261.
- [16] 伍文华, 周乐明, 陈燕东, 等. 序阻抗视角下虚拟同步发电机与传统并网逆变器的稳定性对比分析[J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(5): 1411-1420.
- WU Wenhua, ZHOU Leming, CHEN Yandong, et al. Stability comparison and analysis between the virtual synchronous generator and the traditional grid-connected inverter in the view of sequence impedance[J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(5): 1411-1420(in Chinese).
- [17] WU Wenhua, CHEN Yandong, ZHOU Leming, et al. Sequence impedance modeling and stability comparative analysis of voltage-controlled VSGs and current-controlled VSGs[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 66(8): 6460-6472.
- [18] BLASKO V, KAURA V. A new mathematical model and control of a three-phase AC-DC voltage source converter[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 1997, 12(1): 116-123.
- [19] LIU Yifeng, ZHOU Xiaoping, YU Haoqi, et al. Sequence impedance modeling and stability assessment for load converters in weak grids[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(5): 4056-4067.
- [20] ZHANG Ye, LI Yunwei. Investigation and suppression of harmonics interaction in high-power PWM current-source motor drives[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2015, 30(2): 668-679.
- [21] MCGRATH B, MOUTON H D T. One-dimensional spectral analysis techniques for multilevel PWM strategies[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2016, 31(10): 6910-6919.
- [22] 陈代忠, 王顺亮, 焦宁, 等. 基于动态相量法的电网换相换流器谐波传递研究[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(12): 4250-4261.
- CHEN Daizhong, WANG Shunliang, JIAO Ning, et al. Research on harmonic transfer of line commutated converter based on dynamic phasors method[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(12): 4250-4261(in Chinese).
- [23] HOLMES D G, LIPO T A. Pulse width modulation for

power converters: principles and practice[M]. Piscataway: Wiley-IEEE Press, 2003.

[24] GELB A, VELDE W E V. Multiple-input describing functions and nonlinear system design[M]. New York: McGraw-Hill, 1968.

[25] 王旭斌, 杜文娟, 王海风. 弱连接条件下并网 VSC 系统稳定性分析研究综述[J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(6): 1593-1604.

WANG Xubin, DU Wenjuan, WANG Haifeng. Stability analysis of grid-tied VSC systems under weak connection conditions[J]. Proceedings of the CSEE, 2018, 38(6): 1593-1604(in Chinese).

附录 A 开关函数的推导

对于式(2)所示的 PWM 输出函数 $f[x, y, h]$ 积分区间为 x, y 决定的 P_1 与 P_2 , 而函数值由 V_{dc} 与 h 决定, 在共调制下, $f(t)$ 不再是一个常数。其傅里叶级数的系数以复数的形式表达为

$$C_{mn} = A_{mn} + jB_{mn} = \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x, y) e^{j(mx+ny)} dx dy \quad (A1)$$

将 P_1, P_2 与式(2)代入式(A1):

$$C_{mn} = -\frac{V_{dc} + h}{2\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{2\pi(k-\frac{1}{2})+\theta_c}^{2\pi(k+1)-\theta_c-\frac{\pi}{2}(1+M\cos y)} e^{j(mx+ny)} dx dy + \frac{V_{dc} + h}{2\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{2\pi(k+1)-\theta_c-\frac{\pi}{2}(1+M\cos y)}^{2k\pi-\theta_c+\frac{\pi}{2}(1+M\cos y)} e^{j(mx+ny)} dx dy - \frac{V_{dc} + h}{2\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{2k\pi-\theta_c+\frac{\pi}{2}(1+M\cos y)}^{2\pi(k+\frac{1}{2})+\theta_c} e^{j(mx+ny)} dx dy \quad (A2)$$

计算并化简式(A2)可得:

$$C_{mn} = -\frac{2j(V_{dc} + h)}{m\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} [e^{j(\frac{m\pi}{2} + \frac{mM\pi}{2}\cos y)} - e^{-j(\frac{m\pi}{2} + \frac{mM\pi}{2}\cos y)}] \cdot e^{-jm\theta_c} e^{jny} dy \quad (A3)$$

应用 Bessel 函数的积分关系以及相关结论^[24], 可得 PWM 输出:

$$v_{out} = (V_{dc} + h(t))M \cos(\omega_o t + \theta_o) + \frac{4(V_{dc} + h(t))}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{m} J_n(\frac{mM\pi}{2}) \sin(\frac{m+n}{2}\pi) \cos[m\omega_c t + n(\omega_o t + \theta_o)]$$

附录 B 直流侧输入阻抗 Z_{dc} 的推导

直流侧总导纳为电容与逆变器等效导纳的和, 即 $Y_{dc} + j\omega C_{dc}$, 结合式(13)并忽略二阶小项可得直流侧阻抗为

$$Z_{dc} = \frac{1}{\sqrt{\underbrace{(\frac{Y_{INV}^S}{R_2}')^2 + (\omega C)^2}_{\alpha} + 2s\Delta s \underbrace{(\frac{Y_{INV}}{R_2}')^2}_{\beta} \cos(\omega_{LFO} t + \varphi_p)}} \quad (B1)$$

式中 ω 为常数。

为了简便, 将式(B1)中系数计为 α, β , 由于 $\alpha \gg \beta$, 由泰勒展开可得:

$$Z_{dc} = \frac{1}{\sqrt{\alpha} + \frac{1}{2\sqrt{\alpha}} \beta \cos x} \quad (B2)$$

利用留数定理计算实函数的定积分, 即可对(B2)做傅里叶分解, 由于其为偶函数, 因此 $b_n=0, T=2\pi$, 令 $z=e^{ix}$, 因此 $\cos x = (z+z^{-1})/2$, 由此可求得傅里叶系数:

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(x) dx = \frac{4\sqrt{\alpha}}{\pi i} \oint_{|z|=1} (\frac{dz}{\beta z^2 + 4\alpha z + \beta}) \quad (B3)$$

求解 $\beta z^2 + 4\alpha z + \beta = 0$ 的两个根, $z_1 = (\sqrt{4\alpha^2 - \beta^2} - 2\alpha)/\beta, z_2 = (-\sqrt{4\alpha^2 - \beta^2} - 2\alpha)/\beta$, 其中 $z^2 \ll -1$, 因此可得:

$$a_0 = \frac{4\sqrt{\alpha}}{\pi i} \text{Res}_{z=z_1} f(z) = \frac{4\sqrt{\alpha}}{\sqrt{4\alpha^2 - \beta^2}} \quad (B4)$$

令:

$$J_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{inx} dx = \frac{4\sqrt{\alpha}}{\pi i} \oint_{|z|=1} [\frac{z^n}{(z-z_1)(z-z_2)}] dz = 8\sqrt{\alpha} \text{Res}_{z=z_1} f(z) = \frac{4\sqrt{\alpha} z_1^n}{\sqrt{4\alpha^2 - \beta^2}}$$

则:

$$a_n = \text{Re}(J_n) = \frac{4\sqrt{\alpha} z_1^n}{\sqrt{4\alpha^2 - \beta^2}}$$

当认为 ω 为常数, 此时 α 亦为常数, 阻抗可表示为傅里叶级数的形式如下:

$$|Z_{dc}| = \frac{2\sqrt{\alpha}}{\sqrt{4\alpha^2 - \beta^2}} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\sqrt{\alpha} z_1^n}{\sqrt{4\alpha^2 - \beta^2}} \cos(n\omega_{LFO} t + n\varphi_{LFO})$$



杨迪瑞

在线出版日期: 2021-11-01。

收稿日期: 2021-05-17。

作者简介:

杨迪瑞(1987), 男, 博士研究生, 研究方向为电力电子化电力系统的稳定性, youngdickr@sina.com;

姜建国(1956), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为大功率电力传动与控制以及大容量电力电子技术等;

钱侃(1972), 男, 高级工程师, 研究方向为电气自动化、交直流传动系统及电网运检及调度等。

(责任编辑 吕鲜艳)

Harmonic Impedance Model of Dual-PWM Adjustable Speed Drives Under Torque Oscillation and the Mechanism of Low-frequency Oscillation in Distribution Grid

YANG Dirui¹, JIANG Jianguo¹, QIAN Kan²

(1. Key Laboratory of Control of Power Transmission and Conversion, Ministry of Education (Shanghai Jiao Tong University);

2. Tongsheng Electricity Power Company Ltd.)

KEY WORDS: dual-pulse width modulation (PWM) adjustable speed drives; harmonic; impedance model; torque oscillation; low-frequency oscillation

The dual-PWM adjustable speed drives (ASDs) couple the power system and the mechanical system. Through its modulation, the energy of the mechanical oscillation is injected into the grid. This article first analyzes the mechanism of common-modulation of harmonics and fundamental. On this basis, a 2-D Fourier series switching function derived from the Bessel function is obtained. After that, the switching function is used to derive the harmonic impedance models of DC link and grid side of the dual PWM ASD, including the motor and the inverter. In particular, the model considers the change of the steady-state impedance of the dual PWM ASDs due to the motor torque oscillation, and quantitatively expresses the mechanical oscillation as the harmonic nonlinear impedance. The accuracy of the harmonic impedance model is verified by the developed dual PWM ASD, motor and mechanical load. Finally, the application of the model and developed theoretical analysis, combined with the measured data in the distribution grid of the Shanghai Yangshan deep-water port area, analyzes the characteristics and mechanism of the low-frequency oscillation events, and proves the accuracy and validity of the model and the conclusions.

The dual-PWM ASDs are based on a grid side PWM rectifier, dc link and a load side PWM inverter, as shown in Fig. 1. The calculation steps of the harmonic impedance model are as follows: 1) Consider the actual operating conditions of the asynchronous motor, the mechanical system oscillation is simplified to the time-varying admittance, and the harmonic admittance of

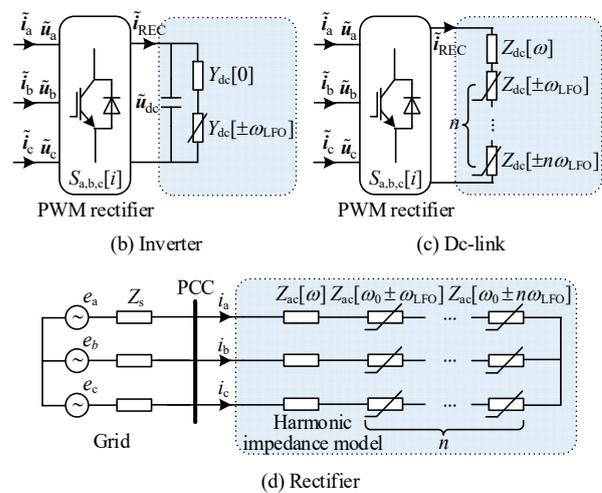


Fig. 1 Schematic diagram of the calculation steps of the harmonic impedance model

the inverter is calculated. 2) Express the dc-link harmonic impedance as a harmonic frequency mixer. 3) Calculate the grid-side harmonic impedance of dual PWM ASDs.

Combined with the model analysis and experimental data, the following conclusions are obtained: 1) When the converter adopts the SPWM strategy, the carrier common-modulates the reference and harmonics, and can be expressed by a switching function with linear additivity. 2) The dc link of the dual-PWM ASDs has a frequency mixing effect, which can be expressed as a steady-state impedance and a series of harmonic nonlinear impedances. 3) The nonlinear term of the grid-side impedance of the dual-PWM ASDs located at the frequency with $\omega_0 \pm n\omega_{LFO}$ where the fundamental frequency and the torque oscillation frequency are aliased, and the grid-side impedance is related to the dc-link capacitance and the motor power. 4) The low-frequency oscillation of the distribution grid can be analyzed quantitatively using the impedance model proposed in this paper.

