

基于白箱树突网络的电压灵敏度实时计算方法

马庆, 邓长虹, 龙志君

(综合能源电力装备及系统安全湖北省重点实验室(武汉大学电气与自动化学院),
湖北省 武汉市 430072)

A Real-time Calculation Method of Voltage Sensitivity Based on White-box Dendritic Net

MA Qing, DENG Changhong, LONG Zhijun

(Hubei Key Laboratory of Power Equipment & System Security for Integrated Energy (School of Electrical Engineering and Automation, Wuhan University), Wuhan 430072, Hubei Province, China)

ABSTRACT: Since the traditional voltage sensitivity calculation requires the knowledge of network parameters, various data-driven voltage sensitivity fitting methods have been proposed recently. However, existing data-driven methods necessitate the repetition of all regression operations for new scenarios in order to achieve accurate values, thereby rendering them unsuitable for real-time calculations. This paper proposes a Dendritic network (DN) based voltage sensitivity calculation method, which establishes an end-to-end mapping of state parameters to node voltages for any scenario based on the white-box property that DN fitting is equivalent to Taylor expansion. By extracting and deriving the voltage explicit expressions from DN, the explicit expression of voltage sensitivity containing only an extremely small amount of computation is ultimately formed. In addition, in the explicit expression of DN based voltage sensitivity, the first-order component coefficient of each input keeps constant under any scenario, which can be directly used as an evaluation index to judge the correlation between node voltage and state parameters. The calculation results based on the three different scale systems verify the correctness and superiority of the methods proposed in this paper.

KEY WORDS: voltage sensitivity; dendrite net; power flow calculation; input-output correlation index

摘要: 由于传统电压灵敏度计算需要以知晓精确网络参数为前提,近年来各类基于数据驱动电压灵敏度拟合方法被相继提出。但现有方法针对新运行场景需要重复所有回归操作才能获得精确的灵敏度值,因此无法真正应用于灵敏度的实时计算。该文提出一种基于树突网络(dendrite net, DN)的电压灵敏度实时计算方法,基于DN拟合等价于泰勒展开的白箱性质,建立适用于任意运行场景的系统状态参数至节点

电压的端到端映射。通过对基于DN的节点电压显性表达式进行提取和求导,最终形成只包含极少计算量的电压灵敏度显性表达式,将灵敏度计算速度提升至微秒级。其次,在基于DN的节点电压显性表达式中,各输入的一阶分量系数在任意运行场景下均保持恒定,可直接作为评判节点电压与状态参数相关性的评价指标。基于IEEE 118节点系统等3个不同规模算例的仿真计算结果证明该文方法的正确性和优越性。

关键词: 电压灵敏度; 树突网络; 潮流计算; 输入/输出相关性指标

0 引言

随着分布式能源在电力系统中渗透率的快速增长,由于分布式能源随机性带来的电力系统运行问题也逐渐增多,其中造成的电力系统无功电压快速波动便是最为典型的问题之一^[1-3]。由于节点电压对系统不同状态参数(如节点有功、无功功率,变压器变比等)的灵敏度是系统无功电压控制中极为重要的一类参数,例如电压/无功灵敏度是电压分区中计算节点电气距离及实时电压控制中反映无功设备电压调节能力的基本参数^[4-8],因此掌握实时准确的电压灵敏度对于快速平抑分布式能源接入带来的系统无功电压波动具有重要的意义。

传统的电压灵敏度计算方法是雅克比矩阵求逆法^[9-11]。根据逆矩阵的性质,矩阵行列式会随着矩阵元素变化而变化,导致逆矩阵元素也会发生相应改变。因此当系统状态参数在不同运行时刻取不同值时,为了得到准确的电压灵敏度,都需要重新进行雅克比矩阵重建及求逆。另一种传统的电压灵敏度计算方法是小扰动法^[12-13],其计算的灵敏度等

基金项目: 国家电网公司科技项目(5100-202336015A-1-1-ZN)。

Science and Technology Project of State Grid Corporation of China (5100-202336015A-1-1-ZN)。

于节点电压变化除以系统状态参数的极小增量。该方法基于灵敏度的基本定义出发,计算精度高,但由于每次灵敏度计算都需要进行两次潮流计算,且只能以单个逐次求取的方式进行灵敏度计算,因此十分耗时。此外,以上两种传统方法都需要以知晓精确网络参数(如线路电阻、电抗参数)作为灵敏度计算的前提,而这些信息在实际系统中往往难以精准地获取^[14]。

针对传统灵敏度方法需要提前知晓精确网络参数的缺点,近年来各类基于数据驱动电压灵敏度计算方法被相继提出。文献[15-17]提出利用最小二乘法进行灵敏度拟合;为了防止由于输入数据共线性而导致灵敏度的不准确估计,文献[18-19]分别提出利用岭回归、偏最小二乘及贝叶斯回归方法进行灵敏度拟合。以上方法的实质都是基于线性回归,忽略了不同状态参数或不同灵敏度之间的内在联系,与系统潮流的非线性实质不符,因此灵敏度拟合误差较大。因此文献[20]在证明电压/有功灵敏度与电压/无功灵敏度之间存在比例关系的前提下,提出电压灵敏度的非线性计算方法,较大提升了灵敏度的计算精度。但以上基于数据驱动的灵敏度计算方法求解得到的灵敏度都只是针对当前的训练样本,针对全新的运行场景,如果需要得到实时准确的灵敏度值,仍然需要像传统方法一样重复所有的灵敏度拟合计算,才能对实时灵敏度进行修正更新。

针对现有电压灵敏度计算方法存在的缺点,本文提出基于白箱树突网络(dendrite net, DN)^[21-23]的电压灵敏度计算方法:1)该方法从电压灵敏度的源头——潮流计算出发,基于DN建立了系统状态参数与节点电压之间的非线性端到端映射,由于DN等价于泰勒展开的白箱性质,该映射可直接生成适用于任意场景下的节点电压关于所有状态参数的显性表达式,因此,任意电压灵敏度的显性表达式可直接由节点电压显性表达式对所关心的状态参数求导得到。且由于表达式中只包含极少计算量,电压灵敏度计算速度可提升至微秒级。2)由于DN建立的映射是基于众多运行场景下潮流计算结果的综合拟合产物,本文提出利用电压显性表达式中的一阶分量系数(电压灵敏度中的常数项)作为表征不同状态参数重要程度的评价指标,其评价效果与相关性分析中最为常用的斯皮尔曼、皮尔逊相关系数极为相似。

1 现有电压灵敏度计算方法的数学建模

1.1 雅克比矩阵求逆法

基于雅克比矩阵求逆法的电压灵敏度计算过程可表示为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial P / \partial \delta & \partial P / \partial V \\ \partial Q / \partial \delta & \partial Q / \partial V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \mathbf{J} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta V \end{bmatrix} \\ \partial V / \partial P = \mathbf{J}^{-1}(2,1) \quad \partial V / \partial Q = \mathbf{J}^{-1}(2,2) \end{cases} \quad (1)$$

式中:第一式为极坐标下的潮流微分方程; P 、 Q 、 V 、 δ 分别为节点有功、无功、电压及相角; ∂ 为求偏导操作; $\mathbf{J}$ 为雅克比矩阵; V/P 、 V/Q 灵敏度矩阵分别为雅克比矩阵逆矩阵 $\mathbf{J}^{-1}$ 的左下和右下分块矩阵。 $\mathbf{J}$ 的4个分块矩阵,在 $i \neq j$ 及 $i=j$ 两种情况下的元素表达式分别为

$$\begin{cases} \partial P_i / \partial \delta_j = -V_i V_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \\ \partial P_i / \partial V_j = -V_i (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \\ \partial Q_i / \partial \delta_j = V_i V_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \\ \partial Q_i / \partial V_j = -V_i (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \partial P_i / \partial \delta_j = V_i^2 B_{ii} + Q_i \\ \partial P_i / \partial V_j = -V_i G_{ii} - P_i / V_i \\ \partial Q_i / \partial \delta_j = V_i^2 G_{ii} - P_i \\ \partial Q_i / \partial V_j = V_i B_{ii} - Q_i / V_i \end{cases} \quad (3)$$

式中 G 、 B 分别为导纳矩阵中的电导、电纳。

由式(2)、(3)可知,雅克比矩阵元素由 P 、 Q 、 V 、 δ 、 G 和 B 共同决定,其中 G 、 B 需要在知晓系统精确网络参数(线路电阻、电抗参数等)方可计算生成。此外,在不同运行时刻雅克比矩阵内的元素发生变化时,根据逆矩阵的性质,雅克比矩阵逆矩阵包括电压灵敏度分块矩阵在内的矩阵元素都会相应改变。因此针对不同运行场景,均需完成雅克比矩阵重建及求逆,方可得到电压灵敏度的精准解。同时由于矩阵求逆是最为复杂的矩阵运算,因而将雅克比矩阵求逆法应用于以电压灵敏度为基础参数的大规模系统调度或电压控制时,会严重制约控制策略的优化计算速度。

1.2 小扰动法

如式(4)所示,基于小扰动法的电压灵敏度计算是从灵敏度基本定义出发,计算的灵敏度值等于节点电压变化量与状态参数极小增量的比值。

$$\begin{cases} \partial V_i / \partial P_j \approx \Delta V_i / \Delta P_j \\ \partial V_i / \partial Q_j \approx \Delta V_i / \Delta Q_j \end{cases} \quad (4)$$

由于这类方法在求取每个灵敏度时都需要完成两次潮流计算,且无法同步求取多个灵敏度,只能逐个计算,因此十分耗时。由于求解过程以潮流计算为基础,因此该方法同样需要以知晓网络精确参数作为灵敏度计算的前提。但由于其从灵敏度的基本定义出发,因此计算精度高,可以作为其他方法的参照。

1.3 线性回归法

基于线性回归的灵敏度求解是基于大量节点 V 、 P 、 Q 历史运行数据或模拟数据样本,对式(5)中的 V/P 、 V/Q 灵敏度进行线性拟合,如式(6)所示,通常采用最小二乘法或其衍生方法(如岭回归,如式(7)所示)求解最小化优化问题。

$$\Delta V_i \approx \sum_{j=1}^N \alpha_{i,j} \Delta P_j + \sum_{j=1}^N \beta_{i,j} \Delta Q_j \quad (5)$$

$$\arg \min_{\alpha_{i,j}, \beta_{i,j}} \sum_{k=1}^K \left\| \Delta V_i - \sum_{j=1}^N \alpha_{i,j} \Delta P_j - \sum_{j=1}^N \beta_{i,j} \Delta Q_j \right\|_2^2 \quad (6)$$

$$\arg \min_{\alpha_{i,j}, \beta_{i,j}} \sum_{k=1}^K \left\| \Delta V_i - \sum_{j=1}^N \alpha_{i,j} \Delta P_j - \sum_{j=1}^N \beta_{i,j} \Delta Q_j \right\|_2^2 + \dots + \lambda \sum_{j=1}^N (\alpha_{i,j}^2 + \beta_{i,j}^2) \quad (7)$$

式中: $\alpha_{i,j}$ 、 $\beta_{i,j}$ 分别代表节点 i 的电压 V_i 对第 j 个节点有功 P_i 、无功 Q_i 的灵敏度; N 为系统节点数量; K 为回归样本数量; λ 为岭回归正则化项系数。

基于线性回归的灵敏度求解方法无须知晓精确的网络参数,操作简便,但线性回归完全排除了输入变量之间及灵敏度之间可能存在的相互作用,将灵敏度求解完全线性化处理,与潮流计算的非线性本质不相符,因此拟合得到的灵敏度值偏差通常较大。

1.4 非线性回归法

通过证明 V/Q 灵敏度与 V/P 灵敏度存在比例关系,如式(8)所示,文献[20]提出一种灵敏度的非线性回归方法,其中优化目标利用比例系数完全消除了灵敏度之间的内在联系。

$$\arg \min_{\alpha_{i,j}, \eta_{i,j}} \sum_{k=1}^K \left\| \Delta V_i - \sum_{j=1}^N \alpha_{i,j} \Delta P_j - \sum_{j=1}^N \alpha_{i,j} \eta_{i,j} \Delta Q_j \right\|_2^2 \quad (8)$$

式中 η 是 V/Q 灵敏度与 V/P 灵敏度的比例系数。

文献[20]的实验结果证明在消除灵敏度之间的内在联系后,电压灵敏度的计算精度能够得到较大提升。但以上所有基于数据驱动的灵敏度计算方法都是针对当前训练样本集通过回归得到的常数灵

敏度,针对新的运行场景,仍只能像传统方法一样重新完成回归操作才能获取准确的实时灵敏度值,同样难以满足灵敏度在线计算的要求。

2 基于 DN 的电压灵敏度快速计算

正如小扰动法所示,电压灵敏度的源头来自于潮流计算,若能通过某种方式完成适用于任意运行场景的潮流计算高精度拟合,建立节点电压关于所有状态参数的组合显性表达式,就能够通过对节点电压显性表达式求导获取电压灵敏度关于所有状态参数的显性表达式。DN 正是实现以上灵敏度求解设想的完美途径。

2.1 基于 DN 的潮流计算拟合

DN 整体的前向运算如式(9)和(10)所示,其中式(9)为 DN 单层前向计算方式,式(10)为 DN 不同层之间的整体嵌套过程。

$$\begin{cases} \mathbf{Z}^l = \mathbf{W}^{l/l-1} \times \mathbf{A}^{l-1} \\ \mathbf{A}^l = \mathbf{Z}^l \circ \mathbf{X} \\ \mathbf{X} = [x_0, x_1, x_2, \dots, x_n] \end{cases} \quad (9)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{W}^{L/L-1} \times \{\dots \mathbf{W}^{l/l-1} \times [\dots (\mathbf{W}^{2/1} \times \mathbf{X}) \circ \mathbf{X} \dots] \circ \mathbf{X}\} \quad (10)$$

式中: $\mathbf{W}^{l/(l-1)}$ 分别为第 l 层的权重参数; $\mathbf{Z}^l$ 为第 l 层的线性中转部分; $\mathbf{A}^l$ 与 $\mathbf{A}^{l-1}$ 为第 l 层及第 $l-1$ 层的非线性输出; L 为树突网络的总层数; $\times$ 代表矩阵乘法; $\circ$ 代表 Hadamard 积,即同型矩阵相同位置的元素对应相乘形成新的同型矩阵。DN 每层 Hadamard 积的乘项均为增加偏置参数 $x_0=1$ 后的输入 $\mathbf{X}$,增加偏置参数的原因是使得在 DN 展开式中能够形成常数项及低阶项。因此 DN 除输出层以外,其余层输入、输出维数都为原输入参数数量加 1,应用于潮流计算拟合时即为系统状态参数数量加 1。

如式(9)所示, DN 通过将上一层的非线性输出设置为当前层的输入以完成多层之间的嵌套,最终构建出如图 1 所示的输入与输出之间的非线性映射。应用于潮流计算拟合时,只需将输入层参数设置为系统状态参数,将输出层参数设置为节点电压,基于如式(11)所示的反向传播法及历史运行数据形成的训练样本或不同运行场景经潮流计算求解得到的训练样本,对权重参数进行训练更新。在线应用时,保持离线训练得到的权重参数不变,针对不同场景输入相应的系统状态参数值,完成单次前向计算过程即可立即得到预测的节点电压结果。

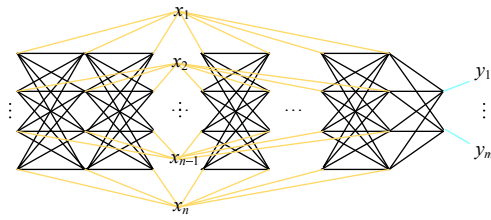


图1 DN结构示意图

Fig. 1 Concise schematic diagram of DN

$$\begin{cases} dZ^l = dA^l \circ X \\ dW^{l/l-1} = \frac{1}{M} dZ^l \times (A^{l-1})^T \\ dA^{l-1} = (W^{l/l-1})^T \times dZ^l \end{cases} \quad (11)$$

式中 M 为单次训练所使用的样本数量。

2.2 基于 DN 的潮流计算拟合与潮流计算泰勒展开的等价性

为保证通过基于 DN 的潮流计算拟合方式推导生成的电压灵敏度符合实际系统，就必须确保 DN 能够真正学到潮流计算的内在知识。本文通过证明基于 DN 的潮流计算拟合等价于潮流计算的泰勒展开，用以说明该拟合是适用于实际系统任意运行场景的普适映射，从而避免深度学习、支持向量机等黑箱式拟合方法的不可解释性。

如式(12)所示的在 $[a_1, a_2, \dots, a_n]$ 处展开的三阶多元泰勒公式，泰勒展开的本质是将直接计算极为复杂或无法用表达式直接表示的函数，通过用函数在任意一点的各阶导数值做系数来构建一个多项式函数用于逼近原函数。日常使用最多的是泰勒公式在原点的展开，即式(13)所示的麦克劳林公式。

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, \dots, x_n) &\approx f(a_1, a_2, \dots, a_n) + \\ &\sum_{i=1}^n (x_i - a_i) f'_{x_i}(a_1, a_2, \dots, a_n) + \\ &\frac{1}{2!} \sum_{i,j=1}^n (x_i - a_i)(x_j - a_j) f''_{x_i x_j}(a_1, a_2, \dots, a_n) + \\ &\frac{1}{3!} \sum_{i,j,k=1}^n (x_i - a_i)(x_j - a_j)(x_k - a_k) f^{(3)}_{x_i x_j x_k}(a_1, a_2, \dots, a_n) \end{aligned} \quad (12)$$

式中： n 为输入参数数量； f' 、 f'' 及 $f^{(3)}$ 分别为泰勒展开的一阶、二阶及三阶导数。

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, \dots, x_n) &\approx f(0, 0, \dots, 0) + \\ &\sum_{i=1}^n f'_{x_i}(0, 0, \dots, 0) x_i + \frac{1}{2!} \sum_{i,j=1}^n f''_{x_i x_j}(0, 0, \dots, 0) x_i x_j + \\ &\frac{1}{3!} \sum_{i,j,k=1}^n f^{(3)}_{x_i x_j x_k}(0, 0, \dots, 0) x_i x_j x_k \end{aligned} \quad (13)$$

采用泰勒展开对原函数进行逼近具有坚实的

数学基础，但需要以得到原函数的各阶分量导数为前提才能完成，而这个条件对于潮流计算问题是极难实现的，因为直接求取其二阶及以上的导数是极为困难的，直观的途径只能是通过小扰动法通过一次次反复的潮流计算进行获取，而这应用于大系统时是极为庞大而费时的工作。DN 恰好就是能够完美解决以上问题的白箱数据驱动拟合方法，它既能形成与泰勒展开完全相同的数学表达式，各项分量系数又与通过小扰动法间接求取的各阶导数与阶乘的比值完全一致，以下进行详细说明。

2.2.1 表达形式的等价

以 $n+1$ 维输入、 m 维输出的 4 层 DN 为例与三阶麦克劳林公式进行对比，式(14)是 DN 输出层第 g 个变量关于所有输入的展开表达式：

$$\begin{aligned} Y_g &= W^{4/3} \times \{W^{3/2} \times [(W^{2/1} \times X) \circ X] \circ X\} = \\ &\sum_{i=1}^{n+1} w_{gi}^{4/3} w_{ii}^{3/2} w_{ii}^{2/1} x_{i-1}^3 + \sum_{\substack{[i,j] \in \Omega_1 \\ (i \neq j)}} [(w_{gi}^{4/3} w_{ij}^{3/2} w_{jj}^{2/1} + \\ &w_{gj}^{4/3} w_{ji}^{3/2} w_{ij}^{2/1} + w_{gj}^{4/3} w_{jj}^{3/2} w_{ji}^{2/1}) x_{i-1} x_{j-1}^2 + \\ &(w_{gi}^{4/3} w_{ii}^{3/2} w_{ij}^{2/1} + w_{gi}^{4/3} w_{ij}^{3/2} w_{ji}^{2/1} + w_{gj}^{4/3} w_{ji}^{3/2} w_{ii}^{2/1}) \cdot \\ &x_{i-1}^2 x_{j-1}] + \sum_{\substack{[i,j,k] \in \Omega_2 \\ \begin{bmatrix} i \neq j \\ i \neq k \\ j \neq k \end{bmatrix}}} (w_{gi}^{4/3} w_{ij}^{3/2} w_{jk}^{2/1} + w_{gi}^{4/3} w_{ik}^{3/2} w_{kj}^{2/1} + \\ &w_{gj}^{4/3} w_{ji}^{3/2} w_{ik}^{2/1} + w_{gj}^{4/3} w_{jk}^{3/2} w_{ki}^{2/1} + \\ &w_{gk}^{4/3} w_{ki}^{3/2} w_{ij}^{2/1} + w_{gk}^{4/3} w_{kj}^{3/2} w_{ji}^{2/1}) x_{i-1} x_{j-1} x_{k-1} \end{aligned} \quad (14)$$

式中： $X=[x_0, x_1, x_2, \dots, x_n]$ ，即为偏置参数与系统状态参数的集合； $w_{ij}^{l/(l-1)}$ 为第 l 层权重参数矩阵中第 i 行、第 j 列位置对应的参数； Ω_1 为从整数 1 到 $n+1$ 任取两个不同数的所有可能组合； Ω_2 为从整数 1 到 $n+1$ 任取 3 个不同数的所有可能组合。

式(14)中，由于偏置参数 x_0 被设置为 1，DN 展开表达式中便会出现常数项及其他低阶项(x_i 、 x_i^2 、 $x_i x_j$)，以下对 DN 展开表达式与麦克劳林公式在表达形式上的等价性进行详细说明。

式(14)第 1 部分中，当 $i=1$ 时得到的分量为 $w_{g1}^{4/3} w_{11}^{3/2} w_{11}^{2/1} x_0^3$ ，由于 $x_0=1$ ，因此该分量对应麦克劳林公式中的第 1 部分常数项 $f(0, 0, \dots, 0)$ 。当 $i>2$ 时得到的分量为 $w_{gi}^{4/3} w_{ii}^{3/2} w_{ii}^{2/1} x_{i-1}^3$ ，即可对应麦克劳林公式中第 4 部分 $i=j=k$ 时得到的三次方项 $f^{(3)}_{x_i x_i x_i}(0, 0, \dots, 0) x_i^3 / 3!$ 。

式(14)第 2 部分中，当 $i=1$ 时得到的分量为 $(w_{g1}^{4/3} w_{1j}^{3/2} w_{jj}^{2/1} + w_{gj}^{4/3} w_{j1}^{3/2} w_{1j}^{2/1} + w_{gj}^{4/3} w_{jj}^{3/2} w_{j1}^{2/1}) x_{j-1}^2$ 和 $(w_{g1}^{4/3} w_{1j}^{3/2} w_{jj}^{2/1} + w_{gj}^{4/3} w_{j1}^{3/2} w_{1j}^{2/1} + w_{gj}^{4/3} w_{jj}^{3/2} w_{j1}^{2/1}) x_{j-1}^2$ 和 $(w_{g1}^{4/3} w_{1j}^{3/2} w_{jj}^{2/1} + w_{gj}^{4/3} w_{j1}^{3/2} w_{1j}^{2/1} + w_{gj}^{4/3} w_{jj}^{3/2} w_{j1}^{2/1}) x_{j-1}^2$ 。

$w_{11}^{3/2} w_{1j}^{2/1} + w_{g1}^{4/3} w_{1j}^{3/2} w_{j1}^{2/1} + w_{gj}^{4/3} w_{j1}^{3/2} w_{11}^{2/1} x_{j-1}$, 即可分别对应麦克劳林公式中第 3 部分中的平方项 $f_{xixi}''(0, \dots, 0) x_i^2 / 2!$ 和第 2 部分的一阶项 $f_{xi}''(0, 0, \dots, 0) x_i$ 。当 $i > 2$ 时得到的分量为 $(w_{gi}^{4/3} w_{ij}^{3/2} w_{jj}^{2/1} + w_{gj}^{4/3} w_{ji}^{3/2} w_{ij}^{2/1} + w_{gj}^{4/3} w_{jj}^{3/2} w_{ji}^{2/1}) x_{i-1} x_{j-1}$ 和 $(w_{gi}^{4/3} w_{ii}^{3/2} w_{ij}^{2/1} + w_{gi}^{4/3} w_{ij}^{3/2} w_{ji}^{2/1} + w_{gj}^{4/3} w_{ji}^{3/2} w_{ii}^{2/1}) x_{i-1} x_{j-1}$, 即可分别对应麦克劳林公式中第 4 部分中的 $f_{x_i x_j x_j}^{(3)}(0, 0, \dots, 0) x_i x_j^2 / 3!$ 和 $f_{x_i x_j x_i}^{(3)}(0, \dots, 0) x_i^2 x_j / 3!$ 。

式(14)第 3 部分中, $i=1$ 时得到的分量为 $(w_{g1}^{4/3} w_{1j}^{3/2} w_{jk}^{2/1} + w_{g1}^{4/3} w_{1k}^{3/2} w_{kj}^{2/1} + w_{gj}^{4/3} w_{j1}^{3/2} w_{1k}^{2/1} + w_{gj}^{4/3} w_{jk}^{3/2} w_{11}^{2/1} + w_{gk}^{4/3} w_{k1}^{3/2} w_{1j}^{2/1} + w_{gk}^{4/3} w_{kj}^{3/2} w_{j1}^{2/1}) x_{j-1} x_{k-1}$, 即可对应麦克劳林公式中第 3 部分中的非平方项 $f_{x_i x_j}''(0, 0, \dots, 0) x_i x_j / 2!$, 当 $i > 2$ 时得到的分量为 $(w_{gi}^{4/3} w_{ij}^{3/2} w_{jk}^{2/1} + w_{gi}^{4/3} w_{ik}^{3/2} w_{kj}^{2/1} + w_{gj}^{4/3} w_{ji}^{3/2} w_{ik}^{2/1} + w_{gj}^{4/3} w_{jk}^{3/2} w_{ki}^{2/1} + w_{gk}^{4/3} w_{ki}^{3/2} w_{ij}^{2/1} + w_{gk}^{4/3} w_{kj}^{3/2} w_{ji}^{2/1}) x_{i-1} x_{j-1} x_{k-1}$, 对应麦克劳林公式第 4 部分中的 $f_{x_i x_j x_k}^{(3)}(0, 0, \dots, 0) x_i x_j x_k / 3!$ 。

综合以上, DN 展开式中的所有分量都能在麦克劳林公式找到对应项, 因此二者拥有完全相同的表达形式。

2.2.2 分量系数的等价

以 IEEE 30 节点潮流计算进行二者分量系数的等价证明, 系统状态参数包括 49 项, 因此 DN 训练的输入参数包括 50 项, 其中 #1 项是值为 1 的偏置参数, #2-#40 项为节点有功、无功负荷调节系数, #41-#45 项分别为 #2、#5、#8、#11、#13 共 5 个 PV 节点的电压调节系数, #46-#49 项分别为 #6-#8、#6-#10、#4-#12、#27-#28 节点之间变压器的变比调节参数, #50 项为平衡节点电压调节系数, 输出参数为 30 个节点的电压, 进行 DN 训练时所有输入、输出均归一化至 $[-1, 1]$ 区间。

图 2—4 对经 4 层 DN 拟合后得到的不同节点电压展开表达式的常数项、各节点电压展开表达式中 #49 项输入的一阶项 x_i 、二阶项 x_i^2 系数, 与状态变量调节系数全部取 0 (即原点) 经潮流计算得到的各节点电压、经小扰动法计算得到的各节点电压针对 #49 项输入的一阶、二阶导数除以对应阶乘的比值进行了对比。

从图 2—4 可以看出, DN 拟合的节点电压显性表达式中的常数项、 x_{49} 一阶分量系数、 x_{49}^2 二阶分量系数, 与在原点进行潮流计算、小扰动法计算得

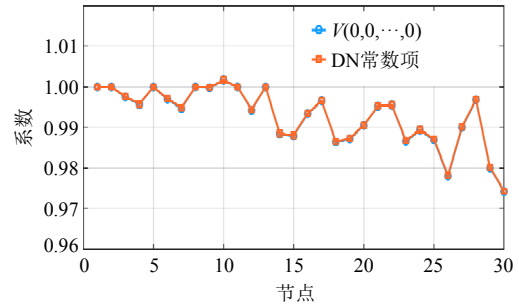


图 2 DN 展开常数项与原点潮流计算得到的节点电压对比
Fig. 2 Comparison between constant term in DN and node voltage from power flow calculation at the origin

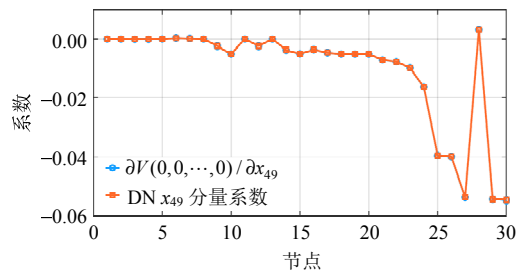


图 3 DN x_{49} 分量系数与 #49 输入一阶导数除以阶乘的对比
Fig. 3 Comparison between x_{49} coefficient in DN and first order derivative of #49 input divided by factorial

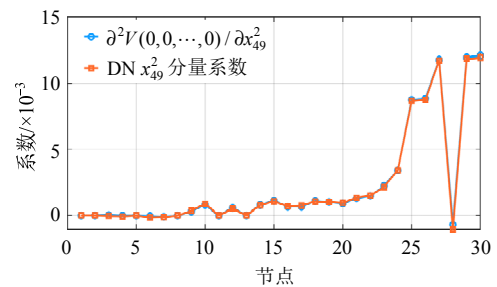


图 4 DN x_{49}^2 分量系数与 #49 输入二阶导数除以阶乘的对比
Fig. 4 Comparison between x_{49} coefficient in DN and second order derivative of #49 input divided by factorial

到的节点电压、#49 输入的一阶导数和二阶导数除以对应阶乘的比值均完全一致, 说明 DN 拟合得到的各分量系数正是潮流计算在原点进行泰勒展开后得到的麦克劳林公式中的各分量系数, 因此基于 DN 的潮流计算拟合在表达形式与分量系数上均与潮流计算的泰勒展开完全统一, 证明了二者之间的等价性, 正如文献[21]所述, DN 继承了泰勒展开的渐进逼近性质。

与潮流计算泰勒展开的等价性给予了 DN 应用于潮流计算拟合极强的数学可解释性, 一方面证明了 DN 确实能够真正学习到潮流计算的内在知识, 训练完毕的 DN 映射对于所有运行场景都是普适的, 直接避免了深度学习等黑箱式方法应用于潮流计算拟合时无法判定拟合映射是否符合实际系统

的缺陷;另一方面,也说明从灵敏度源头——潮流计算的角度出发,基于DN拟合形成的节点电压针对各输入参数的显性表达式,通过对其求导方式来求取电压灵敏度是充分可行的。

2.3 基于DN的电压灵敏度快速求解

在2.2节中对利用潮流计算的DN拟合来求解电压灵敏度的可行性论证基础上,本节对基于DN的电压灵敏度快速求解过程进行阐述,以求取第 g 项输出 Y_g 对第 t 项输入 x_t 的灵敏度为例进行说明,其计算过程只需包括以下3个简单步骤:

1) 基于历史运行数据或模拟数据生成的训练样本,参照2.1节训练生成系统状态参数至节点电压的端到端DN映射。

2) 如式(15)所示,从基于DN的 Y_g 显性表达式中提取出所有包含 x_t 的部分,其中 $T=t+1$ 。如式(16)所示,将提取出的表达式对 x_t 求导即可得到 Y_g/x_t 灵敏度的显性表达式。

3) 在线应用时,将所有输入参数的实时值代入由步骤2)生成的灵敏度表达式,即可对 Y_g/x_t

灵敏度进行实时更新。

针对电压灵敏度的求取,只需将 Y_g 设置为节点电压值, x_t 设置为节点有功或无功,再参照以上步骤2)、3)计算即可。由于DN是基于众多不同运行场景(随机平衡节点电压、随机负荷、随机机组有功出力、随机PV节点电压设置及随机变压器变比等)拟合得到的等价于泰勒展开的普适潮流计算映射,因此无论系统状态参数发生任何改变,基于DN得到的灵敏度表达式都是通用的,因而无须再像传统方法一样针对每一次状态参数的改变,均需完成雅克比矩阵重建、求逆或针对众多样本的回归,只需如式(16)所示完成极为简单的数值计算,即可极速获得所需的各项灵敏度值,真正能够做到满足在线应用的需求。

综合以上,表1对各类电压灵敏度计算方法的原理及优缺点进行了总结及对比。从表1中可以看出,基于DN的电压灵敏度求解方法除拥有其他方法的所有优点之外,还具有通用性强、计算速度达到微秒级等优点。

表1 不同灵敏度计算方法的总结及对比

Table 1 Summary and comparison of different sensitivity calculation methods

方法	原理/求解过程	优点	缺点 ^[20,24]
雅可比矩阵求逆法	通过雅可比矩阵求逆得到电压/有功、电压/无功灵敏度矩阵	操作简便	1. 需要提前知晓网络参数 2. 应用于大系统时因矩阵求逆的复杂性,计算时间较长,数量级为秒级 3. 系统拓扑发生改变时需重新求取
小扰动法	计算电压变化量与有功/无功增量的比值	1. 从灵敏度基本定义出发,计算精度高 2. 操作简便	1. 需要提前知晓网络参数 2. 计算单个灵敏度需完成两次潮流计算,计算时间较长,数量级为秒级至分钟级 3. 系统拓扑发生改变时需重新求取
线性回归法	基于数据样本对电压灵敏度进行电压灵敏度线性拟合	1. 无须知晓网络参数 2. 操作简便	1. 将灵敏度求解完全线性化处理,计算误差较大 2. 需重复回归操作才能获取新场景下的灵敏度 3. 系统拓扑发生改变时需重新求取 4. 计算时间数量级为秒级
非线性回归法	在通过比例系数消除灵敏度内在联系后,再利用数据样本进行电压灵敏度拟合	1. 无须知晓网络参数 2. 计算精度较线性回归有明显提升	1. 需要利用启发式算法进行初始化,计算时间较长,数量级为秒级至分钟级 2. 需重复回归操作才能获取新场景下的灵敏度 3. 系统拓扑发生改变时需重新求取
DN	基于DN完成潮流计算拟合,建立节点电压关于状态参数的显性表达式,再对电压表达式求导得到电压灵敏度的显性表达式	1. 无须知晓网络参数 2. 操作简便,计算精度高 3. 电压灵敏度表达式在系统拓扑不发生改变时,对任意场景都是通用的 4. 电压灵敏度计算速度达微秒级	当系统拓扑改变且原拓扑DN潮流映射无法适用于新拓扑时,需重新生成适用于新拓扑的DN映射 解决方法:针对拓扑变化,可以利用迁移学习技术加速完成DN训练

$$Y_g | x_t = w_{gT}^{4/3} w_{TT}^{3/2} w_{TT}^{2/1} x_t^3 + \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq T)}}^{n+1} [(w_{gT}^{4/3} w_{Tj}^{3/2} w_{jj}^{2/1} + w_{gj}^{4/3} w_{jT}^{3/2} w_{Tj}^{2/1} + w_{gj}^{4/3} w_{jj}^{3/2} w_{jT}^{2/1}) x_t x_{j-1}^2 + (w_{gT}^{4/3} w_{TT}^{3/2} w_{Tj}^{2/1} + w_{gT}^{4/3} w_{Tj}^{3/2} w_{jT}^{2/1} + w_{gj}^{4/3} w_{jT}^{3/2} w_{Tj}^{2/1}) x_t^2 x_{j-1}] + \sum_{\substack{[j,k] \in \Omega \\ (j \neq T, k \neq T)}} (w_{gT}^{4/3} w_{Tj}^{3/2} w_{jk}^{2/1} + w_{gT}^{4/3} w_{Tk}^{3/2} w_{kj}^{2/1} + w_{gj}^{4/3} w_{jT}^{3/2} w_{Tk}^{2/1} + w_{gj}^{4/3} w_{jk}^{3/2} w_{kT}^{2/1} + w_{gk}^{4/3} w_{kT}^{3/2} w_{Tj}^{2/1} + w_{gk}^{4/3} w_{kj}^{3/2} w_{jT}^{2/1}) x_t x_{j-1} x_{k-1} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y_g}{\partial x_i} = & 3w_{gT}^{4/3}w_{TT}^{3/2}w_{TT}^{2/1}x_i^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq T)}}^{n+1} [(w_{gT}^{4/3}w_{Tj}^{3/2}w_{jj}^{2/1} + w_{gj}^{4/3}w_{jT}^{3/2}w_{Tj}^{2/1} + w_{gj}^{4/3}w_{jj}^{3/2}w_{jT}^{2/1})x_{j-1}^2 + 2(w_{gT}^{4/3}w_{TT}^{3/2}w_{Tj}^{2/1} + \\ & w_{gT}^{4/3}w_{Tj}^{3/2}w_{jT}^{2/1} + w_{gj}^{4/3}w_{jT}^{3/2}w_{TT}^{2/1})x_ix_{j-1}] + \sum_{\substack{[j,k] \in \Omega_1 \\ (j \neq T, \\ k \neq T)}} (w_{gT}^{4/3}w_{Tj}^{3/2}w_{jk}^{2/1} + w_{gT}^{4/3}w_{Tk}^{3/2}w_{kj}^{2/1} + \\ & w_{gj}^{4/3}w_{jT}^{3/2}w_{Tk}^{2/1} + w_{gj}^{4/3}w_{jk}^{3/2}w_{kT}^{2/1} + w_{gk}^{4/3}w_{kT}^{3/2}w_{Tj}^{2/1} + w_{gk}^{4/3}w_{kj}^{3/2}w_{jT}^{2/1})x_{j-1}x_{k-1} \end{aligned} \quad (16)$$

3 基于 DN 的输入/输出相关性评价指标

基于 DN 的潮流计算拟合除能够提供电压灵敏度指标的简便计算方法之外,还能够为决策者提供输入、输出参数之间相关性的评价指标——DN 展开表达式中的一阶分量 x_i 系数。原因是节点电压显性表达式中各输入的一阶分量系数恰好是电压灵敏度显性表达式中的常数项。式(17)是 4 层 DN 展开表达式中的一阶分量系数计算公式,其计算过程仅涉及训练好的 DN 网络参数,与系统状态参数完全无关,因此一阶分量系数对于任意运行场景都保持恒定,是在综合众多运行场景的潮流计算结果后,最能够作为表达不同输入重要程度的评价指标,直接对其进行从大到小排序,不同输入参数的重要程度便一目了然。这对于系统规划中无功补偿装置选点、系统运行控制中找出与问题节点电压最相关的状态参数从而形成相应解决方案等日常工作,都能够形成极大的助力。

$$\rho_{g/t} = w_{gT}^{4/3}w_{T1}^{3/2}w_{11}^{2/1} + w_{g1}^{4/3}w_{1T}^{3/2}w_{T1}^{2/1} + w_{g1}^{4/3}w_{11}^{3/2}w_{1T}^{2/1} \quad (17)$$

在 IEEE 30 节点系统#26、#30 节点添加 15 MV·A 的光伏,用以研究基于 DN 的潮流拟合展开表达式中一阶分量系数的作用。此时 DN 训练的输入参数包括 52 项,其中#1~#49 项与 2.2.2 节中的设置相同, #50~#51 项为#26、#28 节点接入光伏的有功出力调节系数, #52 项为平衡节点电压调节系数,输出参数仍为 30 个节点的电压,所有输入、输出均归一化至[-1, 1]区间。

如图 5 所示,选取以下 4 个节点的电压与各输入之间的相关性进行分析: #2 节点(PV 节点), #28 节点(与#8 PV 节点直接相连), #26、#30 节点(接入光伏节点)。按照式(17)分别求取各节点电压经 4 层 DN 拟合后展开表达式中的各输入一阶分量系数,并形成如图 6 所示的关系谱。

针对#2 节点,由于为 PV 节点,其电压值只与输入参数中的#2 节点电压设置参数有关,因此关系谱中只有#41 输入的一阶分量系数高高耸起,其余输入的相关系数均为 0;针对#28 节点,由于其与

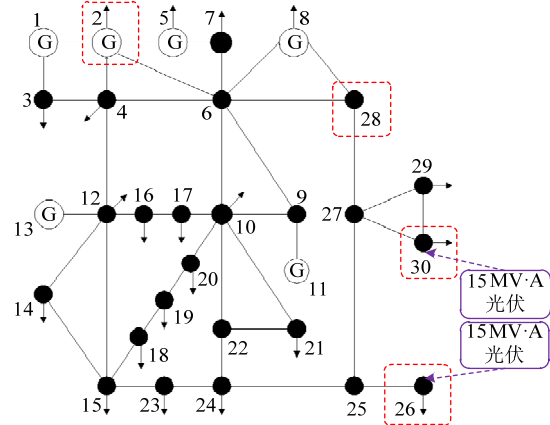


图 5 IEEE 30 节点系统输入/输出相关性分析的节点选定

Fig. 5 Node selection for correlation analysis of IEEE 30-bus system

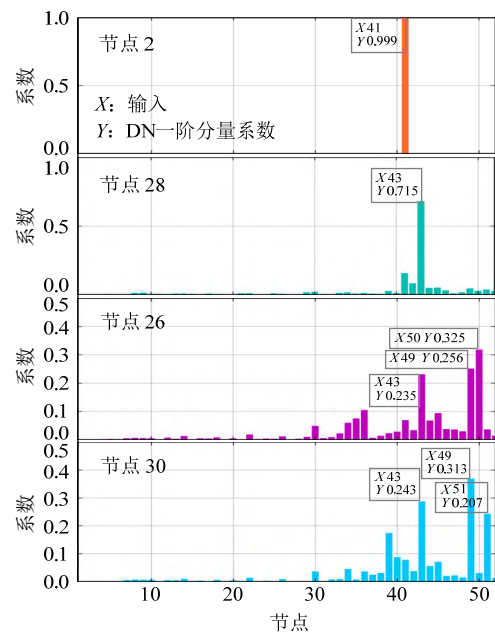


图 6 基于 DN 一阶分量系数的节点电压关系谱

Fig. 6 Voltage relationship spectrum based on the first order component coefficients of DN

#8 节点(PV 节点)直接相连,因此其电压必定与#8 节点电压最为相关,因此关系谱中可以观察到#43 输入的一阶分量系数远大于其他输入;针对#26 节点,在关系谱中可以观察到#50 输入的一阶分量系数最大,因此可以判定该节点接入的 15 MV·A 光伏有功出力对该节点电压影响程度最大。此外,从关系谱还可以观测到在 4 个变压器分接头中, #26 节

点电压与#27~#28节点之间的变压器变比(#49输入)相关系数最大,在5个PV节点中,#26节点电压与#8节点(#43输入)的相关系数最大,这些都与从#26节点所处电网位置(即离#26节点最近的变压器为#27~#28节点之间的变压器,离#26节点最近的PV节点为#8节点)做出的常识判断是完全一致的;针对#30节点,观察得到的分析结果与#26节点大体一致,但不同的是,DN拟合得到的#49输入的一阶分量系数要大于#51输入,表明针对#30节点电压,#27~#28节点之间变压器变比的影响程度要大于#30节点光伏的有功出力,而这个结论是无法从节点所处电网位置直接人工推断得出的。由以上分析可知,DN展开表达式中的一阶分量系数可以准确地表达不同输入对不同输出的重要程度。

4 仿真验证

本文基于改进的IEEE 30节点、118节点及美国南卡罗来纳州500节点系统算例对所提方法的正

确性进行验证,3个算例的具体数据均来自于MATLAB软件Matpower工具箱中的自带算例集,实验项目包括:1)基于DN的电压灵敏度快速求解验证;2)基于DN的输入/输出相关性指标验证。所有的仿真验证均在配备Intel Core i5-12500H CPU@2.5 GHz和16 GB内存的个人计算机上完成,涉及到的程序均由MATLAB 2021b版本进行编写。

4.1 基于DN的电压灵敏度快速求解验证

图7、8为在所有输入的调节系数分别为-1和1的设定下,基于IEEE 30节点系统的DN灵敏度的正确性验证。其中图7、8(a)、(b)分别为基于DN及小扰动法(参照方法)计算得到的各节点电压相对#40~#50项输入(所有无功设备,包括PV节点及变压器变比)的灵敏度柱状图(为形成更直观的视觉效果,图中灵敏度均取绝对值),图7、8(c)为两种方法的灵敏度差值。图9、10为在所有输入的调节系数设定为-1时,基于IEEE 118节点系统及美国南卡罗来纳州电网500节点系统的DN灵敏度求解的

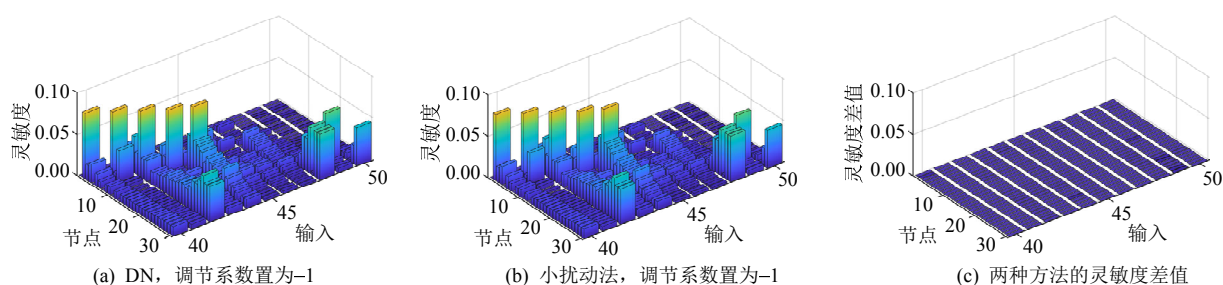


图7 基于IEEE 30节点系统的DN灵敏度验证(输入的调节系数置为-1)

Fig. 7 Verification of DN based voltage sensitivity through IEEE 30-bus system with all inputs set -1

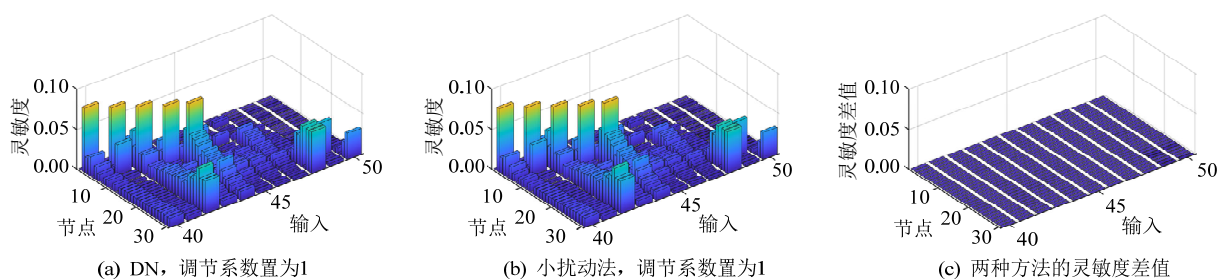


图8 基于IEEE 30节点系统的DN灵敏度验证(输入的调节系数置为1)

Fig. 8 Verification of DN based voltage sensitivity through IEEE 30-bus system with all inputs set 1

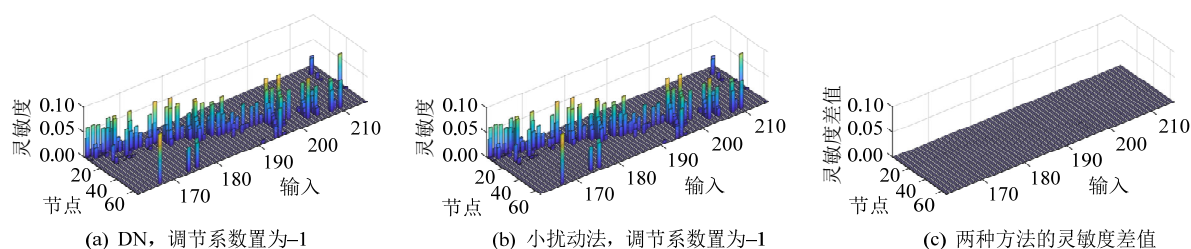


图9 基于IEEE 118节点系统的DN灵敏度验证(输入的调节系数置为-1)

Fig. 9 Verification of DN based voltage sensitivity through IEEE 118-bus system with all inputs set -1

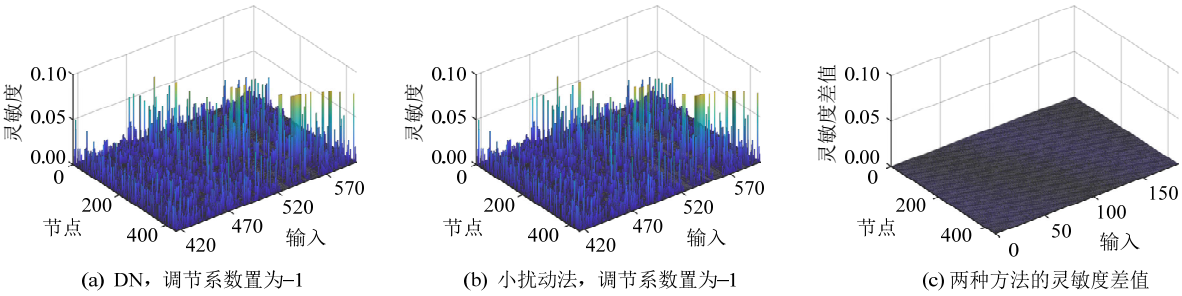


图 10 基于 500 节点系统的 DN 灵敏度验证(输入的调节系数置为-1)

Fig. 10 Verification of DN based voltage sensitivity through 500-bus system with all inputs set -1

正确性验证,为了对比效果更直观,图 9、10 中 PV 节点的电压灵敏度未绘出,原因是 PV 节点电压灵敏度只与一个状态参数有关。以小扰动法为参照,表 2 给出在所有输入调节系数设定为-1 时,不同灵敏度计算方法的求解误差对比。表 3 为数据驱动类方法的计算速度对比。

表 2 不同灵敏度计算方法的求解误差对比

Table 2 Solution accuracy contrast of different methods

方法	30 节点系统		118 节点系统		500 节点系统	
	平均	最大	平均	最大	平均	最大
DN	0.72%	1.88%	1.15%	2.65%	1.26%	3.37%
J 求逆	0.43%	0.87%	0.76%	1.30%	0.98%	1.74%
岭回归	8.09%	13.63%	11.34%	19.82%	15.68%	25.59%
文献[20]	1.77%	4.20%	2.14%	5.71%	3.10%	8.05%

表 3 数据驱动类灵敏度计算方法的求解时间对比

Table 3 Solution time contrast of data-driven methods

方法	单个灵敏度平均计算时间/s		
	30 节点系统	118 节点系统	500 节点系统
DN	2.65×10^{-6}	9.95×10^{-6}	4.08×10^{-5}
岭回归	0.104 0	0.813 6	3.628 2
文献[20]方法	2.561 8	18.755 2	96.436 5

从图 7—10 可以看出,不论是 30 节点还是 118 节点、500 节点系统,不论是何种运行场景,基于 DN 计算得到的节点电压/状态参数灵敏度与基于小扰动法得到的灵敏度几乎呈现出完全相同的柱状分布,因此两种方法的灵敏度差值都呈现为数值为 0 的水平面,证明基于 DN 的灵敏度计算方法对所有状态参数的灵敏度求取都是正确有效的,进一步验证了基于 DN 的潮流计算拟合等价于潮流泰勒展开的正确性。

结合表 2、3 结果可以看出,基于雅可比矩阵求逆的灵敏度计算方法计算精度最高,但是需要以知晓精确网络参数为前提,在其余 3 种数据驱动类方法中,基于 DN 的灵敏度计算方法不论是计算精

度还是计算速度都是最优的。基于岭回归的灵敏度计算方法因为本质是线性回归导致计算精度较低,文献[20]中的非线性回归方法计算精度较岭回归有较大改进,但其求解过程需要利用启发式算法进行初步寻优,消耗了大量的计算时间,尤其在系统规模较大、状态参数维度较高时,这个缺点越发明显。而基于 DN 的灵敏度计算方法从灵敏度源头——潮流计算出发,利用等价于潮流计算泰勒展开的 DN 拟合生成灵敏度的显性表达式,计算过程只包含计算量极少的数值乘、加法,因此,能够在保证灵敏度计算精度的基础上,将灵敏度计算时间尺度缩短至微秒级,针对全新的运行场景可以做到任意电压灵敏度的实时求取。

4.2 基于 DN 的输入/输出相关性指标验证

为进一步证明 DN 展开式中的一阶分量系数能作为正确评价节点电压与状态参数之间相关性的评价指标,本文将 DN 一阶分量系数与相关性评价中最为常用的斯皮尔曼系数(Spearman)^[25-26]、皮尔逊系数(Pearson)^[27-28]进行对比,斯皮尔曼系数、皮尔逊系数的计算表达式分别如式(18)、(19)所示。以 30 节点系统中的#26、#30 节点,118 节点系统中的#117、#118 节点为例,500 节点系统中的#499、#500 节点为例,图 11—13 给出 3 个算例关于节点电压与所有输入之间相关性评价结果的对比(图中相关性系数均取绝对值)。表 4 给出了不同相关性指标所需计算时间的对比。

$$\rho_s = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{H^3 - H} \tag{18}$$

式中： d_i 为第 i 个样本输入参数与输出参数的秩差值(秩是在样本变量所有样本中从小到大的排序); H 为总样本数量。

$$\rho_p = \frac{c_{ov}(x,y)}{\sigma_x \sigma_y} \tag{19}$$

式中： $c_{ov}(x,y)$ 为 x 、 y 的协方差； σ_x 、 σ_y 分别为 x 、

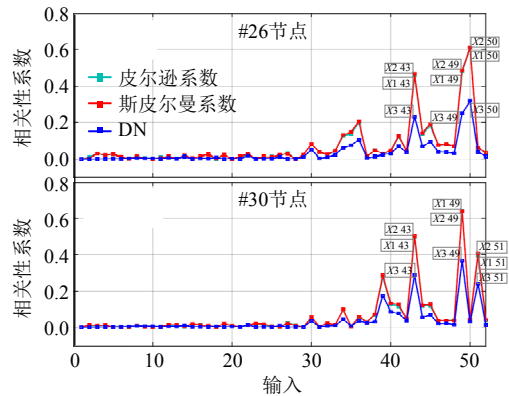


图 11 基于 IEEE 30 节点系统的
DN 输入/输出相关性指标验证

Fig. 11 Verification of DN input/output correlation
index based on IEEE 30-bus system

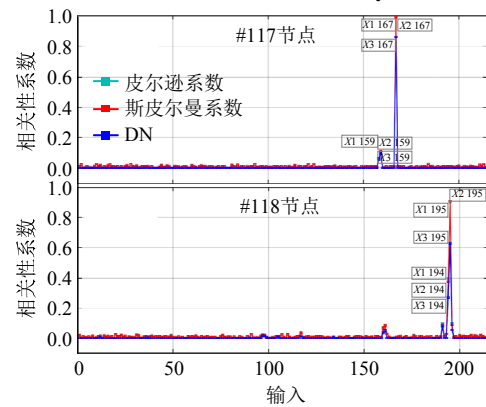


图 12 基于 IEEE 118 节点系统的
DN 输入/输出相关性指标验证

Fig. 12 Verification of DN input/output correlation
index based on IEEE 118-bus system

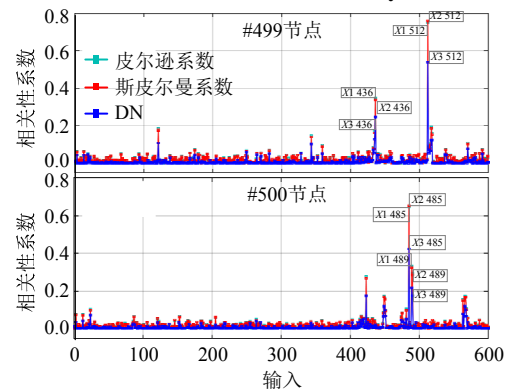


图 13 基于 500 节点系统的 DN 输入/输出相关性指标验证

Fig. 13 Verification of DN input/output correlation
index based on 500-bus system

表 4 相关性指标计算时间对比

Table 4 Calculation time comparison of correlation index

方法	系统所有相关系数计算时间/s		
	30 节点系统	118 节点系统	500 节点系统
DN	8.65×10^{-4}	0.016 2	0.178
斯皮尔曼系数	0.156 7	16.246 7	3 832.25
皮尔逊系数	0.118 8	14.013 8	3 590.71

y 的方差。

从图 11—13 可以看出，虽然由于三种方法计算相关性的计算方式不同导致具体求得的相关性系数数值不尽相同，但无论是 30 节点系统还是 118 节点、500 节点系统，DN 展开式得到节点电压与不同输入一阶分量系数的关系谱呈现的变化趋势是与斯皮尔曼系数、皮尔逊系数完全一致的，证明潮流计算拟合的 DN 展开式中的一阶分量系数能够像斯皮尔曼系数、皮尔逊系数一样准确判定输入、输出之间的相关性。在应用时，只需对 DN 展开式中的一阶分量系数进行绝对值排序，不同输入的重要性便一目了然。例如，从图 11—13 可以得出，与 30 节点系统的#30 节点电压最为相关的三项输入为#49、#43、#51 输入参数，与 118 节点系统中的#118 节点电压最为相关的两项输入为#194、#195 输入参数，与 500 节点系统中的#500 节点电压最为相关的两项输入为#485、#489 输入参数。

从表 4 可以看出，由于基于 DN 的输入/输出相关性指标——DN 展开式一阶分量系数的计算只涉及训练好的 DN 网络参数，因此其计算速度远超斯皮尔曼系数和皮尔逊系数，算例规模越大，呈现出的计算时间差距越发明显，充分说明本文所提相关性指标的优越性。

5 结论

- 1) 在无须知晓精确网络参数的前提下，基于潮流计算的 DN 拟合展开表达式，可以极为方便地推导得到任意电压灵敏度的显性表达式。由于显性表达式中包含的计算量极小，因此本文方法能够摆脱现有数据驱动拟合方法无法应用于灵敏度在线计算的局限性。由于训练得到的 DN 拟合是基于海量运行场景下的潮流计算综合拟合映射，等价于潮流计算的泰勒展开，因此基于 DN 的潮流计算白箱拟合具有充分的可解释性，基于 DN 的灵敏度计算公式对任意运行场景都是通用的。基于 IEEE 30 节点、118 节点及美国南卡罗来纳州 500 节点系统的仿真结果均证明基于 DN 的灵敏度与小扰动法极为相近，能够在保证高计算精度的基础上将电压灵敏度的求解速度从秒级至分钟级提升至微秒级。
- 2) DN 拟合展开式中的一阶分量系数与传统相关性评价中常用的斯皮尔曼系数、皮尔逊系数的对比实验结果显示，三者针对不同的节点电压、不同的状态参数均呈现出完全相同的变化趋势，证明将

其作为评价潮流计算输入/输出之间相关性评价指标的正确性, 也进一步验证了训练完毕的 DN 拟合确实能够表征潮流计算的内在联系。同时, 由于 DN 展开式一阶分量系数的计算公式只包含 DN 网络少量参数的简单加乘运算, 计算量极小, 因此能够有效解决传统相关性评价指标应用于大系统时存在的计算低效问题。

参考文献

- [1] HU Daner, YE Zhenhui, GAO Yuanqi, et al. Multi-agent deep reinforcement learning for voltage control with coordinated active and reactive power optimization [J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2022, 13(6): 4873-4886.
- [2] 葛怀畅, 王彬, 郭庆来, 等. 面向高比例可再生能源交直流混联电网的动态自动电压控制系统: 设计与应用[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(16): 5170-5178.
GE Huaichang, WANG Bin, GUO Qinglai, et al. Dynamic automatic voltage control system for AC-DC hybrid power grid with high proportion of renewable energy: design and application [J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(16): 5170-5178(in Chinese).
- [3] 文云峰, 杨伟峰, 汪荣华, 等. 构建 100% 可再生能源电力系统述评与展望[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(6): 1843-1855.
WEN Yunfeng, YANG Weifeng, WANG Ronghua, et al. Review and prospect of toward 100% renewable energy power systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(6): 1843-1855(in Chinese).
- [4] 张从越, 窦晓波, 张章, 等. 基于变流器统一结构模型的光伏高渗透配电网鲁棒自适应动态电压控制[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(22): 7306-7316.
ZHANG Congyue, DOU Xiaobo, ZHANG Zhang, et al. Robust adaptive dynamic voltage control for PV high-penetration distribution network based on unified structure model of convertors[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(22): 7306-7316(in Chinese).
- [5] 刘蕊, 吴奎华, 冯亮, 等. 含高渗透率分布式光伏的主动配电网电压分区协调优化控制[J]. 太阳能学报, 2022, 43(2): 189-197.
LIU Rui, WU Kuihua, FENG Liang, et al. Voltage partition coordinated optimization control of active distribution network of high penetration distributed PVs [J]. Acta Energiæ Solaris Sinica, 2022, 43(2): 189-197(in Chinese).
- [6] RUAN Hebin, GAO Hongjun, LIU Youbo, et al. Distributed voltage control in active distribution network considering renewable energy: a novel network partitioning method[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2020, 35(6): 4220-4231.
- [7] TANG Zhiyuan, EKOMWENRENREN E, SIMPSON-PORCO J W, et al. Data-driven extension of "measurement-based fast coordinated voltage control for transmission grids"[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2023, 38(1): 948-951.
- [8] LEE Y G, KO S B, CHO J, et al. A distributed control method based on a voltage sensitivity matrix in DC microgrids with low-speed communication[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2019, 10(4): 3809-3817.
- [9] 刘运鑫, 姚良忠, 廖思阳, 等. 光伏渗透率对电力系统静态电压稳定性影响研究[J]. 中国电机工程学报, 2022, 42(15): 5484-5496.
LIU Yunxin, YAO Liangzhong, LIAO Siyang, et al. Study on the impact of photovoltaic penetration on power system static voltage stability[J]. Proceedings of the CSEE, 2022, 42(15): 5484-5496(in Chinese).
- [10] 李东东, 高晓城, 孙梦显, 等. 考虑元件功率电压特性的混合馈入直流输电系统静态电压稳定分析[J]. 电网技术, 2021, 45(12): 4912-4921.
LI Dongdong, GAO Xiaocheng, SUN Mengxian, et al. Steady-state voltage stability analysis of hybrid infeed HVDC system considering power and voltage characteristics of system components[J]. Power System Technology, 2021, 45(12): 4912-4921(in Chinese).
- [11] PIERROU G, WANG Xiaozhe. An online network model-free wide-area voltage control method using PMUs [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2021, 36(5): 4672-4682.
- [12] BANFIEL B, ROBINSON D A, AGALGAONKAR A P. Distributed MPC of residential energy storage for voltage regulation and peak shaving along radial distribution feeders[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2021, 36(2): 1413-1424.
- [13] NAZIR F U, PAL B C, JABR R A. Affinely adjustable robust Volt/Var control without centralized computations [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2023, 38(1): 656-667.
- [14] DA SILVA E L, LIMA A M N, DE ROSSITER CORRÊA M B, et al. Data-driven sensitivity coefficients estimation for cooperative control of PV inverters[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2020, 35(1): 278-287.
- [15] 李鹏, 宿洪智, 王成山, 等. 基于 PMU 量测的智能配电网电压-功率灵敏度鲁棒估计方法[J]. 电网技术, 2018, 42(10): 3258-3267.
LI Peng, SU Hongzhi, WANG Chengshan, et al. Robust estimation method of voltage to power sensitivity for smart distribution networks based on PMU measurements [J]. Power System Technology, 2018, 42(10): 3258-3267(in Chinese).

- [16] ZHENG Zhuang, WANG Shengwei, LI Wenzhuo, et al. A consensus-based distributed temperature priority control of air conditioner clusters for voltage regulation in distribution networks[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2023, 14(1): 290-301.
- [17] 李炜祺, 窦晓波, 张科鑫, 等. 数据驱动的配电网电压灵敏度感知方法[J]. 电网技术, 2023, 47(11): 4711-4718. LI Weiqi, DOU Xiaobo, ZHANG Kexin, et al. Data driven voltage sensitivity sensing method for distribution network[J]. Power System Technology, 2023, 47(11): 4711-4718(in Chinese).
- [18] ZHANG Junbo, WANG Zejing, ZHENG Xiangtian, et al. Locally weighted ridge regression for power system online sensitivity identification considering data collinearity[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(2): 1624-1634.
- [19] LIU Yuxiao, ZHANG Ning, WANG Yi, et al. Data-driven power flow linearization: a regression approach[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2019, 10(3): 2569-2580.
- [20] CHANG W J, KANG M, OH S. Data-driven estimation of voltage-to-power sensitivities considering their mutual dependency in medium voltage distribution networks [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2022, 37(4): 3173-3176.
- [21] LIU Gang, WANG Jing. Dendrite net: a white-box module for classification, regression, and system identification [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(12): 13774-13787.
- [22] WANG Peixiao, HU Tao, GAO Fei, et al. A hybrid data-driven framework for spatiotemporal traffic flow data imputation[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2022, 9(17): 16343-16352.
- [23] LIU Gang, WANG Jing. EEGG: an analytic brain-computer interface algorithm[J]. IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering, 2022, 30: 643-655.
- [24] JHALA K, NATARAJAN B, PAHWA A. Probabilistic voltage sensitivity analysis (PVSA)—A novel approach to quantify impact of active consumers[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(3): 2518-2527.
- [25] 贾科, 杨哲, 魏超, 等. 基于斯皮尔曼等级相关系数的新能源送出线路纵联保护[J]. 电力系统自动化, 2020, 44(15): 103-111. JIA Ke, YANG Zhe, WEI Chao, et al. Pilot protection based on spearman rank correlation coefficient for transmission line connected to renewable energy source [J]. Automation of Electric Power Systems, 2020, 44(15): 103-111(in Chinese).
- [26] 黄南天, 刘德宝, 蔡国伟, 等. 基于多相关日场景生成的电动汽车充电负荷区间预测[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(23): 7980-7989. HUANG Nantian, LIU Debao, CAI Guowei, et al. Interval prediction of electric vehicle charging load based on scene generation with multiple correlation days[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(23): 7980-7989(in Chinese).
- [27] 李再男, 贾科, 李俊涛, 等. 基于线路残余能量的柔直输电线路极间故障重合闸[J]. 中国电机工程学报, 2023, 43(17): 6562-6575. LI Zainan, JIA Ke, LI Juntao, et al. Pole-to-pole fault reclosing for DC transmission line based on residual line energy[J]. Proceedings of the CSEE, 2023, 43(17): 6562-6575(in Chinese).
- [28] 纪德洋, 金锋, 冬雷, 等. 基于皮尔逊相关系数的光伏电站数据修复[J]. 中国电机工程学报, 2022, 42(4): 1514-1522. JI Deyang, JIN Feng, DONG Lei, et al. Data repairing of photovoltaic power plant based on Pearson correlation coefficient[J]. Proceedings of the CSEE, 2022, 42(4): 1514-1522(in Chinese).



马庆

在线出版日期: 2023-07-27。

收稿日期: 2023-03-28。

作者简介:

马庆(1990), 男, 博士研究生, 研究方向为电力系统无功电压控制, maqing_EE@whu.edu.cn;

邓长虹(1963), 女, 教授, 博士生导师, 研究方向为电力系统稳定与控制, dengch-whu@163.com。

(责任编辑 邱丽萍)

A Real-time Calculation Method of Voltage Sensitivity Based on White-box Dendritic Net

MA Qing, DENG Changhong, LONG Zhijun

(Hubei Key Laboratory of Power Equipment & System Security for Integrated Energy (School of Electrical Engineering and Automation, Wuhan University))

KEY WORDS: voltage sensitivity; dendrite net; power flow calculation; input-output correlation index

Due to the fast increasement of distributed energies in power system, the voltage problem caused by it becomes increasingly serious. It's of great significance to accurately acquire the important parameter of Volt/Var control-voltage sensitivity in real-time to quickly suppress the voltage and reactive power fluctuations brought by distributed energy access.

This paper proposes a real-time calculation method of voltage sensitivity based on white-box Dendritic Net (DN). As shown in Fig. 1, it firstly establishes an end-to-end mapping of state parameters to node voltages for any scenario based on the white-box property that DN fitting is equivalent to Taylor expansion. By

extracting and deriving the voltage explicit expressions formed by DN, the explicit expression of voltage sensitivity is ultimately formed as shown in (1). Then the calculation speed of voltage sensitivity can be improved to the microsecond level as the expression only contains a minimal amount of computation.

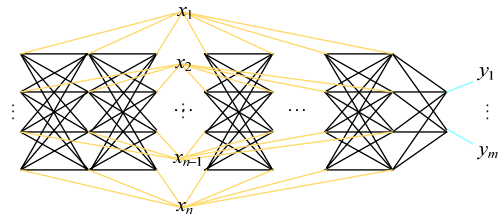


Fig. 1 Concise schematic diagram of DN

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y_g}{\partial x_i} = & 3w_{gT}^{4/3}w_{TT}^{3/2}w_{TT}^{2/1}x_i^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq T)}}^{n+1} [(w_{gT}^{4/3}w_{Tj}^{3/2}w_{Tj}^{2/1} + w_{gj}^{4/3}w_{jT}^{3/2}w_{jT}^{2/1} + w_{gj}^{4/3}w_{jj}^{3/2}w_{jT}^{2/1})x_{j-1}^2 + 2(w_{gT}^{4/3}w_{TT}^{3/2}w_{Tj}^{2/1} + \\ & w_{gT}^{4/3}w_{Tj}^{3/2}w_{jT}^{2/1} + w_{gj}^{4/3}w_{jT}^{3/2}w_{TT}^{2/1})x_ix_{j-1}] + \sum_{\substack{[j,k] \in \Omega_1 \\ (j \neq T \\ k \neq T)}} (w_{gT}^{4/3}w_{Tj}^{3/2}w_{jk}^{2/1} + w_{gT}^{4/3}w_{Tj}^{3/2}w_{Tj}^{2/1} + \\ & w_{gj}^{4/3}w_{jT}^{3/2}w_{Tk}^{2/1} + w_{gj}^{4/3}w_{jk}^{3/2}w_{kT}^{2/1} + w_{gk}^{4/3}w_{kT}^{3/2}w_{Tj}^{2/1} + w_{gk}^{4/3}w_{kj}^{3/2}w_{jT}^{2/1})x_{j-1}x_{k-1} \end{aligned} \quad (1)$$

where ∂ represents the partial derivative operation. Y_g is the g -th output variable of DN, which is the voltage value of the g -th node. x_i is the i -th input variable of DN which is the i -th state parameter. $w_{ij}^{l/(l-1)}$ is the parameter corresponding to the position of the i -th row and j -th column in the weight parameter matrix of layer l . Ω_1, Ω_2 are all the possible combinations of any two and three different numbers from 1 to $n+1$.

Compared with existing methods, the method proposed in this article has the following advantages: 1) It can be easily conducted without the need to know the network parameters. 2) The computing speed can reach microsecond level. 3) The white-box property of DN being equivalent to Taylor expansion ensures the

universality of the explicit voltage sensitivity expression formed by DN for any operating scenario. For new scenarios, the repeated regression operations of existing methods can be replaced by simply inputting the state parameters into the voltage sensitivity expression and conducting simple numerical calculation.

The simulation results based on IEEE 30-bus, 118-bus systems, and 500-bus system in South Carolina of the United States demonstrate that the proposed method can significantly improve the online calculation speed of voltage sensitivity while ensuring extremely high accuracy.

Additional remark: Fig. 1 in the English overview corresponds to the Fig. 1 in the paper. Formula (1) in the English overview corresponds to (16) in the paper.