

基于全纯嵌入法的电力系统高维电压稳定边界

刘承锡, 于懿兰, 赖秋频

(武汉大学电气与自动化学院, 湖北省 武汉市 430072)

Analytical High-dimensional Static Voltage Stability Boundary Based on Holomorphic Embedding Method

LIU Chengxi, YU Yilan, LAI Qiupin

(School of Electrical Engineering and Automation, Wuhan University, Wuhan 430072, Hubei Province, China)

ABSTRACT: Power system static voltage stability boundary(SVSB) plays an important indication role in monitoring voltage stability and evaluating the voltage stability margin, so the rapid and accurate calculation of SVSB is of great significance for the safety and stability of power grid. As an ultra-high-dimensional multivariate nonlinear system, the SVSB of a power system is essentially a nonlinear high-dimensional boundary composed of the voltages which can maintain the balance of supply and load under a certain topology. This paper considers the SVSB as a voltage stability hypersurface and proposes a new method to calculate the SVSB. First, multidimensional holomorphic embedding method(MDHEM) is used to find the multivariate power series(MPS) expressions for the bus voltages. Then, based on the Cauchy-Hadamard theorem, the analytical relationship between the SVSB and the coefficients of the voltage MPS front and back terms is derived and proved, and through theoretical proofs the proposed method is extended from single-dimensional to high-dimensional scenarios. Then, based on the derived SVSB analytical expression, the high-dimensional SVSB calculation and voltage stability evaluation methods are proposed. Finally, the validity of the proposed method is verified in the IEEE 14-bus, New England 39-bus and IEEE 118-bus systems.

KEY WORDS: static voltage stability boundary(SVSB); multidimensional holomorphic embedding method(MDHEM); Cauchy-Hadamard theorem; multivariate power series(MPS)

摘要: 电力系统静态电压稳定边界(static voltage stability boundary, SVSB)对于判断电压稳定性、评估电压稳定裕度具有重要的指示作用,因此,快速准确地计算SVSB对于电网安全稳定运行具有重要意义。电力系统作为一个超高维多

变量的复杂非线性系统,其电压稳定边界本质上是某一拓扑结构下所能维持电源和负荷功率平衡的极限电压所构成的非线性高维边界。因此,将SVSB考虑为高维场景下的电压稳定超曲面,提出计算电压稳定边界的新方法。首先,利用多维全纯嵌入法(multidimensional holomorphic embedding method, MDHEM)求得节点电压的多变量幂级数(multivariate power series, MPS)表达式;然后,基于柯西-阿达马定理,推导并证明电压稳定边界与节点电压幂级数前后项系数之间的解析关系,并通过理论证明将所提出的方法从单维推广到高维场景;接着,基于推导的SVSB解析表达式,提出高维电压稳定边界计算与电压稳定性快速评估方法;最后,在IEEE 14节点、新英格兰39节点和IEEE 118节点系统中验证所提方法的有效性。

关键词: 静态电压稳定边界; 多维全纯嵌入; 柯西-阿达马定理; 多变量幂级数表达式

0 引言

随着社会经济和国民生产的不断发展,电力系统的运行压力不断增加,使得系统偶尔需要运行在近边界点。确定电压稳定边界是电压稳定裕度评估^[1]、在线电压-无功控制^[2]、确定极限负荷^[3-4]等电力系统诸多工程应用的核心环节。因此,快速准确地计算电压稳定边界、分析系统电压稳定性和稳定裕度对于电网的安全运行有着重要的指导意义^[5-6]。

传统而言,连续潮流法^[7]是计算电压稳定边界应用较广且较为公认的方法。它通过在不同功率变化方向上,不断采用迭代型“预测-校正”策略来搜索整个电压稳定边界^[8]。文献[9]利用电压稳定边界上相邻临界点间的关联关系,建立了电压稳定边界的快速搜索通用数学模型,并依据“预测-校正”策略求解所建立的通用数学模型,最终快速得到所有电压稳定边界点。但随着电力系统规模的扩大其计

基金项目: 国家自然科学基金项目(52007133)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China (52007133).

算负担迅速增大,连续潮流法难以满足电网在线应用的实时性要求^[10]。因此,为了解决复杂大电网电压稳定边界的计算耗时问题,学者们探索了一些新思路。文献[11]提出了一种松弛降阶直接法,对已有降阶直接法^[12-13]计算鞍结分岔点时的收敛条件进行合理松弛,运用边界追踪法高效选取松弛降阶直接法的初值,最终准确计算鞍结分岔点和高效构建电压稳定边界;文献[14-15]基于伽辽金思想,采用全局参数多项式来解析地近似逼近整个静态电压稳定边界(static voltage stability boundary, SVSB)。然而,上述方法均通过迭代算法求解潮流方程,迭代算法的数值病态问题在大规模电力系统中不容忽视^[16-17]。全纯嵌入法(holomorphic embedding method, HEM)作为一种非迭代潮流算法,能保证收敛至系统的可运行潮流点^[18],目前,全纯嵌入法已在输电网和配电网潮流计算中得到了应用^[19-21]。文献[22]将单维全纯嵌入推广到多维场景中,在待求量中嵌入多个全纯因子表示不同区域或节点的负荷状态,称为多维全纯嵌入(multidimensional holomorphic embedding method, MDHEM)。目前已有研究采用“全纯嵌入+解析延拓”方法求解电压稳定边界^[23]。然而,在高维场景中解析延拓技术仅能近似地逼近电压稳定超曲面,求解精度难以保证。

总的来说,现有研究的不足之处可以总结为以下几点:1)对于传统迭代型算法^[24],大规模电力系统求解困难,且难以满足在线应用的需求;2)对于现有近似逼近算法^[25-26],不可避免地存在信息损失,难以满足计算精度的需求;3)对于现有“全纯嵌入+解析延拓”方法^[23],高维场景下求解精度不足。因此,有必要探索一种兼顾准确性与快速性、且具有一定在线应用能力的SVSB计算方法。

为了解决上述问题,本文在推导电压稳定边界的解析表达式时,运用到柯西-阿达马定理。柯西-阿达马定理证明了幂级数的收敛半径与幂级数系数之间的解析关系^[27],且同时适用于单维场景的单变量幂级数和高维场景的多变量幂级数,是将电压幂级数系数与电力系统SVSB联系起来的有利工具。因此,本文推导基于“多维全纯嵌入法+柯西-阿达马定理”的SVSB解析表达式,提出高维电压稳定边界与电压稳定性的快速计算与评估方法。最后,在多个算例系统中验证本文所提算法的准确性和计算快速性。

1 基于全纯嵌入法的电压幂级数计算

1.1 全纯嵌入的定义

对于一个复函数 $x(s)$,其中复变量 $s=p+jq$,若该复函数 $x(p+jq)$ 在某复数域内连续可微,且满足柯西-黎曼方程(1),则称 $x(s)$ 是复可微的,且在该复数域内全纯^[29]。

$$j \frac{\partial x}{\partial p} = \frac{\partial x}{\partial q} \quad (1)$$

若 $x(s)$ 为全纯函数,则可以在其收敛域 C 内表示为幂级数形式:

$$x(s) = \sum_{n=0}^{\infty} x[n]s^n, \quad s \in C \quad (2)$$

此时,将构建的全纯函数 $x(s)$ 代入待求方程 $g(x)=0$ 中,可得复合函数 $g(x)=g[x(s)]=0$ 。只要求得其中幂级数 $x(s)$ 的系数 $x[n]$,即可得到 $x(s)$ 的显式解析表达式。

全纯嵌入法是将全纯函数引入到电力系统领域中来,用全纯函数表示电力系统中的某些待求量。将全纯嵌入法用于求解非线性方程组(如交流潮流方程组)的核心是嵌入一个复变量 s 到非线性方程组的待求量 x 中(如交流潮流方程中的节点电压、发电机无功出力等),使得在 s 复平面内,待求量的解析解可以从初始解延伸到目标解。

1.2 全纯嵌入法求解潮流方程

目前,全纯嵌入法可分为单维场景下的单维全纯嵌入法和多维场景下的多维全纯嵌入法。全纯嵌入法求解潮流方程的具体推导与求解过程在文献[29]中已有介绍,本节将以单维全纯嵌入为例,简要说明求解思路。

对于某 N 节点电力系统,其交流潮流方程如式(3)~(5)所示:

$$U_i = U_i^{SL}, \quad \forall i \in \mathcal{S} \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^N Y_{ik} U_k = \frac{S_i^*}{U_i^*}, \quad \forall i \in \mathcal{P} \quad (4)$$

$$\begin{cases} P_i = \operatorname{Re}(U_i \sum_{k=1}^N Y_{ik}^* U_k^*) \\ |U_i| = |U_i^{sp}| \end{cases}, \quad \forall i \in \mathcal{V} \quad (5)$$

式中:符号*表示共轭值;Re表示取实部; Y_{ik} 为节点导纳矩阵中的 $[i, k]$ 元素; U_i 为节点 i 电压; U_i^{SL} 为平衡节点电压; $|U_i^{sp}|$ 为PV节点的固定电压幅值; S_i^* 为节点 i 处的复功率; P_i 为PV节点 i 的有功功率。

对式(3)—(5)嵌入统一表示全网负荷状态变化方向的单个全纯因子 s ，得到式(6)—(8)：

$$U_i(s) = 1 + (U_i^{SL} - 1)s, \quad \forall i \in \mathcal{S} \quad (6)$$

$$\sum_{k=1}^N Y_{ik} U_k(s) = \frac{s S_i^*}{U_i^*(s^*)}, \quad \forall i \in \mathcal{P} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^N Y_{ik} U_k(s) = \frac{s P_i - j Q_i(s)}{U_i^*(s^*)} \\ U_i(s) U_i^*(s^*) = 1 + (|U_i^{sp}|^2 - 1)s \end{cases}, \quad \forall i \in \mathcal{V} \quad (8)$$

式中： $U(s)$ 、 $Q_i(s)$ 均为全纯函数，可写为幂级数形式：

$$U(s) = U[0] + U[1]s + U[2]s^2 + U[3]s^3 + \dots + U[n]s^n \quad (9)$$

$$Q(s) = Q[0] + Q[1]s + Q[2]s^2 + Q[3]s^3 + \dots + Q[n]s^n \quad (10)$$

将式(9)、(10)代入式(6)—(8)中，方程两侧关于 s 同阶项系数对应相等，则可建立各阶项系数之间的递归关系。因此，只需求出未知量的 0 阶初始解，则各未知量都可以表示为幂级数形式，进而求取全纯函数表达式，完成潮流求解。一般地，可将系统在无负荷和无发电状态下对应的潮流解设为 0 阶初始解，此时线路上无功率传输，所有节点电压均等于平衡节点电压。

1.3 多维全纯嵌入法获得电压多变量幂级数

相较于单维全纯嵌入法在交流潮流方程中嵌入单个全纯因子以假设全网负荷状态统一变化，多维全纯嵌入法可通过在交流潮流方程中嵌入多个全纯因子以分别表示不同区域或节点负荷状态的

独立变化。对于式(3)—(5)所示电力系统，假设该 N 节点电力系统模型嵌入了表征功率变化的 D 个全纯因子，则各节点电压可写为多变量全纯幂级数形式(multivariate power series, MPS)：

$$\begin{aligned} U_i(s_1, s_2, \dots, s_j, \dots, s_D) = & \sum_{n_D=0}^{\infty} \dots \sum_{n_j=0}^{\infty} \dots \sum_{n_1=0}^{\infty} U_i[n_1, \dots, \\ & n_j, \dots, n_D] \underbrace{s_1^{n_1} \dots s_j^{n_j} \dots s_D^{n_D}}_{D\text{维}} = \underbrace{U_i[0, 0, \dots, 0]}_{0\text{阶项 (初始解)}} + \\ & \underbrace{U_i[1, 0, \dots, 0]s_1 + U_i[0, 1, \dots, 0]s_2 + \dots}_{1\text{阶项}} \\ & \underbrace{U_i[2, 0, \dots, 0]s_1^2 + U_i[1, 1, \dots, 0]s_1 s_2 + U_i[0, 2, \dots, 0]s_2^2 + \dots}_{2\text{阶项}} \\ & + \dots \\ & \underbrace{\dots}_{\geq 3\text{阶项}} \end{aligned} \quad (11)$$

式中每个 $s_j(j=1, 2, \dots, D)$ 均是可调全纯嵌入因子，分别调整对应区域或节点的有功功率、无功功率或复功率。

将式(11)代入式(3)—(5)中，方程两侧 MPS 的同阶项系数对应相等，则可构造出与 MPS 系数相关的递归关系矩阵方程，形成各阶项系数之间的递归关系，将各待求节点电压表示为 MPS 形式。此外，节点电压 MPS 仅需在离线阶段推导一次，在线阶段只需将当前运行环境的各区域或节点的功率状态所对应的 $s_j(j=1, 2, \dots, D)$ 代入到式(11)的 MPS 中，即可直接得到系统的节点电压^[29]。

运用 MDHEM 求解潮流方程获得节点电压 MPS 表达式的流程如图 1 所示，详细求解步骤如下文所述。

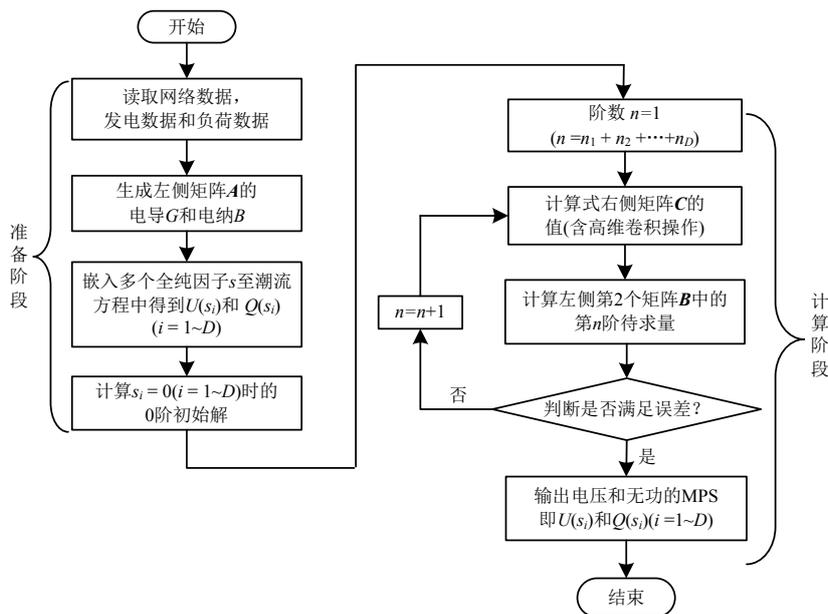


图 1 获得电压 MPS 的 MDHEM 流程
Fig. 1 MDHEM flow to obtain the voltage MPS

1) 输入系统当前运行状态数据, 读取网络参数, 发电和负荷数据, 准备节点导纳矩阵 \mathbf{A} , 当前待求第 n 阶项系数组成的列向量 \mathbf{B} , 和已知的第 1 阶至第 $(n-1)$ 阶项系数组成的列向量 \mathbf{C} ;

2) 构建当前阶系数和之前阶系数之间的递归关系矩阵方程 $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{C}$;

3) 计算当 $s_j=0 (j=1, \dots, D)$ 时对应的第 0 阶项初始解;

4) 设置 MPS 阶数 $n=1 (n=n_1+n_2+\dots+n_D)$;

5) 计算 \mathbf{C} 中的高维卷积, 并得到由已知的第 1 阶至第 $(n-1)$ 阶项系数组成的列向量 \mathbf{C} ;

6) 根据矩阵方程 $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{C}$, 求得 \mathbf{B} 中当前待求的第 n 阶项系数;

7) 检验潮流误差是否满足要求, 如果满足, 则进行第 8) 步, 否则, 设置阶数 $n=n+1$, 并回到第 5) 步;

8) 检查 PV 节点的发电机无功出力是否越限, 如果没有越限, 则进行第 9) 步, 否则, 将无功出力越限的发电机所在 PV 节点转换为 PQ 节点, 并回到第 4) 步;

9) 输出系统节点电压和发电机无功出力的 MPS 表达式。

2 电力系统电压稳定边界解析表达式

由于全纯嵌入法获得的节点电压单变量幂级数的收敛半径在幂级数阶数足够高时, 可延伸至 PV 曲线的鼻点, 即节点电压幂级数的收敛半径与 SVSB 有直接关系^[23]。而柯西-阿达马定理恰好给出了幂级数系数与其收敛半径之间的解析关系。因此, 本节在 1.3 节求取电压多变量幂级数的基础之上, 通过“多维全纯嵌入法+柯西-阿达马定理”的分析方法, 推导得到 SVSB 与节点电压幂级数前后项系数之间的解析表达式。

2.1 单维场景的电压稳定边界

为了便于说明本文所提求解 SVSB 解析表达式的方法, 首先在单维场景下进行推导与证明。

对于单维场景的电压稳定边界, 假设全网负荷状态统一变化, 运用 HEM 求解交流潮流方程得到节点电压的单变量幂级数表达式:

$$U_i(s) = \sum_{n=0}^{\infty} U_i[n] s^n = U_i[0] + U_i[1]s + \dots + U_i[n]s^n \quad (12)$$

式中: s 为全纯嵌入因子, 可统一调整全网负荷状态; $U_i[n]$ 为节点电压单变量幂级数的系数。

根据单维柯西-阿达马定理, 对于一个单变量幂级数, 例如式(12), 其收敛半径为

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|U_i[n]|} = \frac{1}{s_r} \quad (13)$$

结合式(13), 即可得到单维 SVSB 的解析表达式为

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{U_i[n+1]}{U_i[n]} \right| = \frac{1}{s_r} \quad (14)$$

式中 s_r 表示单维 SVSB (即 PV 曲线的鼻点)。由于单维场景的 HEM 假设全网所有负荷状态统一变化, 因此, 式(14)所得 SVSB s_r 本质上是一个具体数值, 表示全网负荷增大到基础负荷状态的 s_r 倍时, 系统达到电压稳定边界。

观察式(14)可知, 单维 SVSB s_r 可由节点电压单变量幂级数 $U_i(s)$ 的前后项系数之比求得, 因此本文将命名为“分式型”方法, 该方法的构建思路如图 2 所示。

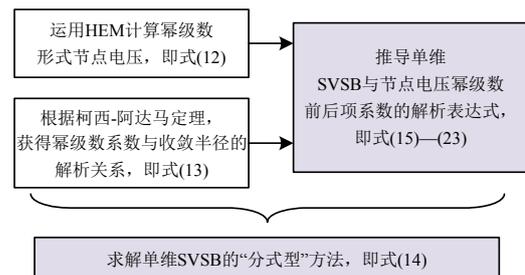


图2 求解单维 SVSB 的“分式型”方法构建思路

Fig. 2 Idea of proposing ratio formula for solving single-dimensional SVSB

“分式型”方法计算单维 SVSB 的推导过程与具体证明如下文所述。

证明:

定义式(14)中节点电压幂级数 $U_i(s)$ 的前后项系数之比的上极限为 L :

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{U_i[n+1]}{U_i[n]} \right| = L \quad (15)$$

式中: \sup 表示当 n 趋向于无穷大时的上极限; 上极限 L 为一个有限量。

则对于任意小的一个正数 $\xi > 0$, 应存在某个 n 使得式(16)成立:

$$\left| \frac{U_i[n+1]}{U_i[n]} \right| < L + \xi \quad (16)$$

类似地, 应存在某个 m , 当 $m \leq n$ 时, 式(16)的关系可从 $U_i[m]$ 推广到 $U_i[n]$, 即满足式(17):

$$\left| \frac{U_i[m+1]}{U_i[m]} \right| < L + \xi, \left| \frac{U_i[m+2]}{U_i[m+1]} \right| < L + \xi, \dots, \\ \left| U_i[n]/U_i[n-1] \right| < L + \xi \quad (17)$$

接着，将式(17)中所有项相乘可得：

$$\left| U_i[n]/U_i[m] \right| < (L + \xi)^{n-m} \quad (18)$$

将式(18)整理可得：

$$\left| U_i[n] \right|^{1/n} < \left[\left| U_i[m] \right| (L + \xi)^{-m} \right]^{1/n} (L + \xi) \quad (19)$$

由于 ξ 是任意小的正数，那么对式(19)取极限，并结合式(15)可得：

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \left| U_i[n] \right|^{1/n} \leq L = \limsup_{n \rightarrow \infty} \left| U_i[n+1]/U_i[n] \right| \quad (20)$$

上述推导均是基于节点电压幂级数 $U_i(s)$ 的前后项系数之比的上极限 L 进行的，对于其下极限，也可通过类似的方法推导出式(21)，即

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} \left| U_i[n+1]/U_i[n] \right| \leq \liminf_{n \rightarrow \infty} \left| U_i[n] \right|^{1/n} \leq \\ \limsup_{n \rightarrow \infty} \left| U_i[n] \right|^{1/n} \leq \limsup_{n \rightarrow \infty} \left| U_i[n+1]/U_i[n] \right| \quad (21)$$

由式(21)可知，若节点电压幂级数 $U_i(s)$ 的前后项系数之比存在，即式(22)满足：

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{U_i[n+1]}{U_i[n]} \right| = \limsup_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{U_i[n+1]}{U_i[n]} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{U_i[n+1]}{U_i[n]} \right| \quad (22)$$

则式(21)中所有“ \leq ”符号均应取为“ $=$ ”符号，可得：

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| U_i[n+1]/U_i[n] \right| = \limsup_{n \rightarrow \infty} \left| U_i[n] \right|^{1/n} \quad (23)$$

结合式(23)和单维柯西-阿达马定理式(13)，即可得式(14)。

证毕。

由上述分析证明可知，单维场景下电压稳定边界的解析表达式如式(14)所示。系统调度员可将某运行工况下的节点电压幂级数代入式(14)，得到该场景下的单维 SVSB。单维 SVSB 本质上是一个具体数值 s_r ，表示当全网负荷增大到基础负荷的 s_r 倍时，该系统达到电压稳定边界。因此，系统调度员可以根据该“分式型”方法快速准确地求解单维场景下的 SVSB。

2.2 高维场景的电压稳定边界

本节考虑实际电力系统中不同区域或节点负荷状态独立变化，将单维 SVSB 的“分式型”方法拓展到高维场景，构建思路见图 3。

根据高维柯西-阿达马定理，对于含有 D 个全

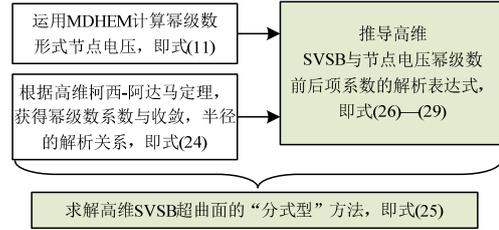


图 3 求解高维 SVSB 的“分式型”方法构建思路

Fig. 3 Idea of proposing ratio formula for solving multi-dimensional SVSB

纯因子的多变量全纯幂级数，例如式(11)，其收敛半径为

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\sum_{n_1+n_2+\dots+n_D=n} |v[n_1, n_2, \dots, n_j]| s_{r1}^{n_1} s_{r2}^{n_2} \dots s_{rj}^{n_j}} = 1 \quad (24)$$

结合式(24)，得到高维 SVSB 超曲面的解析表达式(25)，即满足式(25)的 $\{s_{r1}, s_{r2}, \dots, s_{rD}\}$ 构成了 $(D-1)$ 维的高维 SVSB 超曲面。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{n_1+n_2+\dots+n_D=n+1} |U_i[n_1, n_2, \dots, n_D]| s_{r1}^{n_1} s_{r2}^{n_2} \dots s_{rD}^{n_D}}{\sum_{n_1+n_2+\dots+n_D=n} |U_i[n_1, n_2, \dots, n_D]| s_{r1}^{n_1} s_{r2}^{n_2} \dots s_{rD}^{n_D}} = 1 \quad (25)$$

式中： $U_i[n_1, n_2, \dots, n_D]$ 为各节点电压 MPS 的系数； $s_{r1}, s_{r2}, \dots, s_{rD}$ 则表示各个区域节点负荷的变化方向。

式(25)建立了高维 SVSB 超曲面与各区域或节点负荷状态之间的直接关系。与式(14)类似，也是通过节点电压 MPS 的前后项系数之比计算 SVSB，故也称为“分式型”方法。

“分式型”方法计算高维 SVSB 超曲面的推导过程与具体证明如下文所述。

证明：

为了便于说明，以某节点电压双变量幂级数 $U_i(s_{r1}, s_{r2})$ 为例：

$$U_i(s_{r1}, s_{r2}) = U_i[0, 0] + U_i[1, 0]s_{r1} + U_i[0, 1]s_{r2} + \\ U_i[2, 0]s_{r1}^2 + U_i[1, 1]s_{r1}s_{r2} + U_i[0, 2]s_{r2}^2 + \dots \quad (26)$$

定义式(26)中 $U_i(s_{r1}, s_{r2})$ 的 $(n+1)$ 阶项系数与 n 阶项系数之比的上极限和下极限分别为 J 和 H ，即：

$$\left\{ \begin{array}{l} \limsup_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{\sum_{n_1+n_2=n+1} U_i[n_1, n_2] s_{r1}^{n_1} s_{r2}^{n_2}}{\sum_{n_1+n_2=n} U_i[n_1, n_2] s_{r1}^{n_1} s_{r2}^{n_2}} \right| = J \\ \liminf_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{\sum_{n_1+n_2=n+1} U_i[n_1, n_2] s_{r1}^{n_1} s_{r2}^{n_2}}{\sum_{n_1+n_2=n} U_i[n_1, n_2] s_{r1}^{n_1} s_{r2}^{n_2}} \right| = H \end{array} \right. \quad (27)$$

接着,用类似2.1节中式(16)–(22)的处理方法,可得:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{\sum_{n_1+n_2=n+1} U_i[n_1, n_2] s_{r1}^{n_1} s_{r2}^{n_2}}{\sum_{n_1+n_2=n} U_i[n_1, n_2] s_{r1}^{n_1} s_{r2}^{n_2}} \right| = \limsup_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\sum_{n_1+n_2=n} |U_i[n_1, n_2]| s_{r1}^{n_1} s_{r2}^{n_2}} \quad (28)$$

观察式(28),右侧部分恰好对应式(24)所示高维柯西-阿达马定理在二维场景中的特例,即:

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\sum_{n_1+n_2=n} |U_i[n_1, n_2]| s_{r1}^{n_1} s_{r2}^{n_2}} = 1 \quad (29)$$

将式(29)代入(28),整理可得:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{\sum_{n_1+n_2=n+1} U_i[n_1, n_2] s_{r1}^{n_1} s_{r2}^{n_2}}{\sum_{n_1+n_2=n} U_i[n_1, n_2] s_{r1}^{n_1} s_{r2}^{n_2}} \right| = 1 \quad (30)$$

类似地,将式(26)–(30)所示的节点电压双变量幂级数 $U_i(s_{r1}, s_{r2})$ 场景推广到节点电压 MPS $U_i(s_1, s_2, \dots, s_D)$ 的场景,即可得高维 SVSB 的解析表达式(25)。

证毕。

由上述分析证明可知,高维场景下电压稳定超曲面的解析表达式如式(25)所示。系统调度员可将某运行工况下各区域或节点负荷状态所对应的 $\{s_{r1}, s_{r2}, \dots, s_{rD}\}$ 代入式(25),并将计算结果与“1”相比较。若计算结果小于1,则表示此运行工况稳定;反之,则表示此运行工况不稳定。此外,式(25)左侧的计算结果与右侧“1”之间的差值可表示系统的电压稳定裕度,且差值越大表示越稳定。

2.3 所提方法整体框架

本文所提方法的整体框架如图4所示。由图可知,SVSB 离线推导阶段可运用所提方法求得系统高维 SVSB 超曲面的解析表达式,即式(25);SVSB 计算阶段可根据式(25)计算系统高维 SVSB;电压稳定性评估阶段,系统调度员可以快速判断某运行工况是否稳定,为评估电力系统电压稳定性提供参考。

值得注意的是,尽管单维和高维柯西-阿达马定理本身已经给出了节点电压幂级数系数与 SVSB 之间的解析关系,即式(13)和(24)所示的“根式型”方法。然而,本文所提出的“分式型”方法的收敛速度快于柯西-阿达马定理本身给出的“根式型”方法,这将在第3.1节中进行算例验证。理论上而言,当

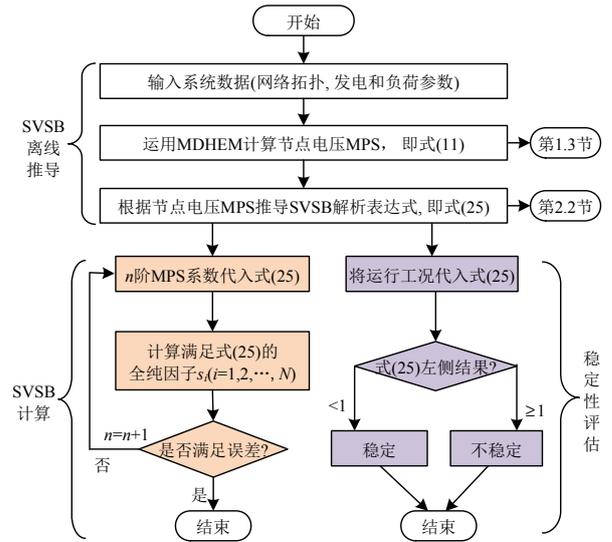


图4 所提方法的SVSB计算与电压稳定性评估流程

Fig. 4 Flowchart of the proposed method

运用 HEM 或 MDHEM 求解交流潮流方程所得节点电压幂级数的阶数趋向于无穷大且不考虑截断误差时,“根式型”方法和本文所提的“分式型”方法对于计算 SVSB 具有相同的准确性,因为二者在节点电压幂级数的阶数趋于无穷大时的极限是一致的。

此外,在离线推导阶段,如果电网结构发生改变导致节点导纳矩阵发生变化、电网动态分区改变以及 PV 节点无功功率越限转换为 PQ 节点时,需要重新建立变化后电网的全纯嵌入方程并计算节点电压的幂级数表达式以求解新运行环境下的 SVSB 解析表达式。离线推导的更新过程见附录 A。

3 算例分析

3.1 “根式型”和“分式型”方法收敛速度对比

在 IEEE-14 节点系统^[30]中分析单维场景下的单维 SVSB(即 PV 曲线鼻点)。所得结果如图5所示,其中绿色虚线椭圆所圈注的曲线簇是根据式(13)所示的“根式型”方法所得结果,红色虚线椭圆所圈注的曲线簇是运用所提式(14)中的“分式型”方法所得结果,紫色 PV 曲线是采用连续潮流法^[23]所得单维 SVSB 基准值, $s_1=4.06$ 。

由图5可知,在计算耗时约3.8s后,本文所提“分式型”方法计算结果在大约第25阶时已收敛至4.07,非常接近基准值4.06,而“根式型”方法所得结果仍然在[4.45, 4.99]区间内浮动。因此,虽然“根式型”方法和“分式型”方法在计算 SVSB 时具有相似的计算复杂性,但本文所提“分式型”方法收敛速度更快。

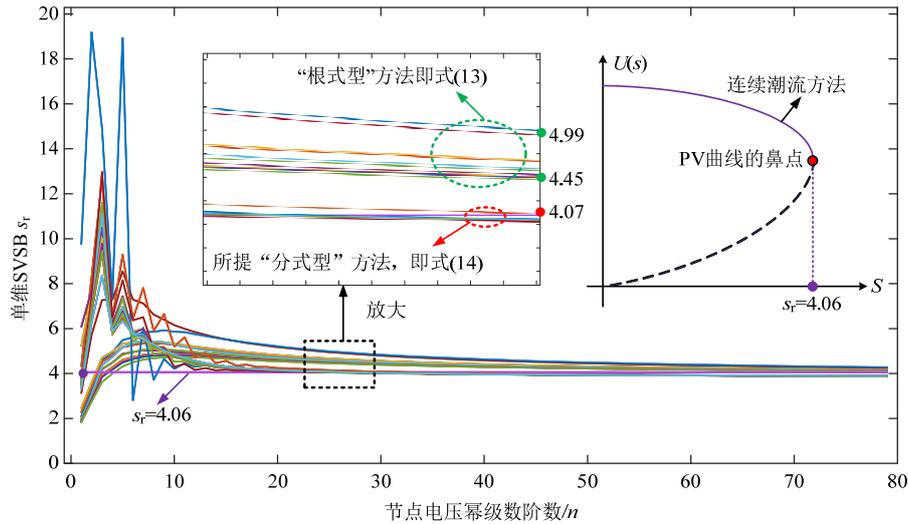


图 5 “根式型”与“分式型”方法所得单维 SVSB 结果

Fig. 5 Unidimensional SVSB calculated by ratio and formula and proposed ratio formula respectively

3.2 高维场景电压稳定超曲面：新英格兰 39 节点系统

在新英格兰 39 节点系统^[31]中验证高维场景下的“分式型”方法。将新英格兰 39 节点系统按地理位置划分为 3 个区域，如表 1 所示。

表 1 新英格兰 39 节点系统各区域节点编号及基础负荷
Table 1 Classification of new England 39-bus system

区域编号	节点编号	嵌入因子	基础负荷/(MW, MV·A)
区域 1	节点 {1-3, 17-18, 25-27, 30, 37}	s_1	1 221.6, 216.3
区域 2	节点 {4-14, 31-32, 39}	s_2	2 384.03, 720.6
区域 3	节点 {15-16, 19-24, 28-29, 33-36, 38}	s_3	2 648.6, 450.2

对于“MDHEM+帕德近似”方法，MDHEM 所得节点电压 MPS 的最大解析延拓结果能够逼近 SVSB，由图 6 中电压面的内缘，得到该方法求得的 SVSB 如图 7 中的黑色虚线所示。选择采用连续潮流法所求的 SVSB 作为基准 SVSB，如图 7 中橙色虚线所示。此外，本文所提“分式型”方法所得 SVSB 结果也如图 7 所示，其中分别取 $n=2, 4, 6, 8, 9$ 。

由图 7 可知，“分式型”方法的计算结果随着阶数 n 的升高不断逐步逼近基准 SVSB，且在 $n=9$ 时

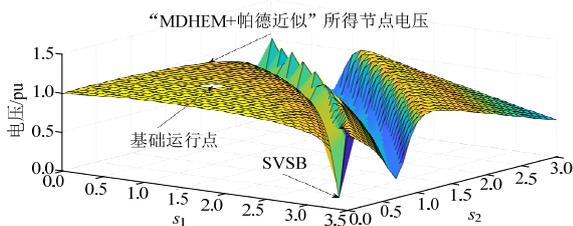


图 6 “MDHEM+帕德近似”方法所得节点 7 电压结果($s_3=1$)
Fig. 6 Voltage of bus 7 solved by MDHEM with Padé approximants at $s_3 = 1$

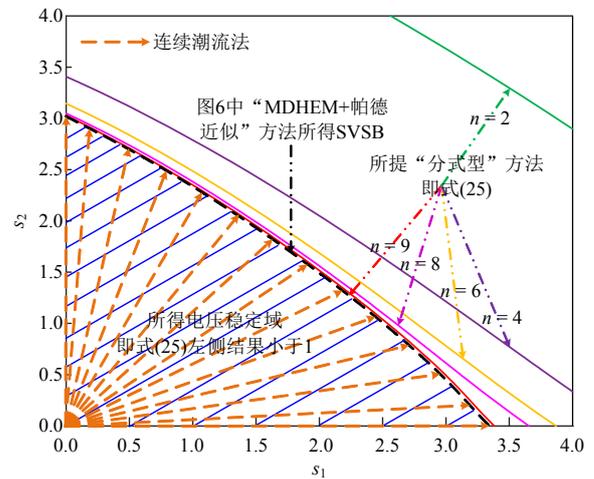


图 7 所提方法计算新英格兰 39 节点分区系统的 SVSB 结果 ($s_3=1$)

Fig.7 Calculated SVSB with $s_3 = 1$ by the proposed ratio formula

几乎重合。表 2 计算了本文所提方法与连续潮流法计算 SVSB 的误差，当 $n=9$ 时，嵌入因子 s_1, s_2 的误差均在 4% 以下。这意味着，本文所提方法仅需计算极少的节点电压 MPS 项数即可准确辨识 SVSB。相较于连续潮流法，无需大量重复的潮流计算；相较于“MDHEM+帕德近似”方法，无需对节点电压

表 2 所提方法和连续潮流法计算 SVSB 的误差
Table 2 Error of SVSB calculated by the proposed method and continuous power flow method

方法	s_1	误差/%	s_2	误差/%	
连续潮流法	3.34	—	2.97	—	
本文所提方法	$n=2$	7.92	143.7	6.25	110.4
	$n=4$	4.51	38.8	3.40	14.5
	$n=6$	3.88	19.4	3.18	7.1
	$n=9$	3.38	4.0	3.08	3.7

MPS 进行解析延拓, 能够减少计算负担。图 7 中 SVSB 内部的区域(由蓝色条纹标记)对应于式(25)的左侧小于 1, 即嵌入因子 s_1 和 s_2 均在其极限以内, 意味着系统负载仍然可以承受, 运行工况稳定。另一方面, SVSB 外部区域则对应于式(25)的左侧大于等于 1, 意味着系统负荷过载且不稳定, 有助于系统调度员快速判断系统运行工况的可行性。

3.3 电压稳定性评估: IEEE-118 节点系统

本节在 IEEE-118 节点系统^[32]中测试所提式(25)“分式型”方法的电压稳定性评估性能。将图 8 所示的 IEEE-118 节点系统按地理位置划分为 4 个区域, 各区域的节点编号及对应的嵌入因子如表 3 所示。为了便于展示所得 SVSB 结果, 将 s_2 和 s_3 固定为 1, 对应的高维 SVSB 超曲面降维为 s_1 和 s_4 构成的曲线边界。

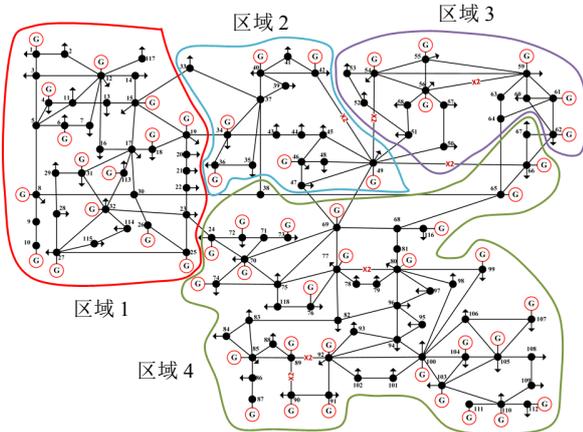


图 8 IEEE-118 节点系统分区示意
Fig. 8 Single-line diagram of the IEEE 118-bus power system with 4 areas

表 3 IEEE-118 节点系统区域节点编号及对应嵌入因子 s
Table 3 Classification of IEEE 118-bus system

区域编号	节点编号	嵌入因子
区域 1	节点 {1-23, 25-32, 113-115, 117}	s_1
区域 2	节点 {33-37, 39-49}	s_2
区域 3	节点 {50-64}	s_3
区域 4	节点 {24, 38, 65-112, 116, 118}	s_4

本文所提“分式型”方法在 $n=4, 5, 6, 7, 8, 9$ 时计算出的电压稳定边界如图 9 所示。SVSB 的解析表达式可在离线阶段推导, 因此, 在线评估阶段仅需将待测运行工况各区域负荷状态所对应的 $\{s_1, s_2, s_3, s_4\}$ 代入式(25)中, 并将其与 1 进行比较, 即可快速判断该运行工况的可行性。例如, 对于图 9 中标注的某运行工况, 通过将 $s_1=3, s_2=1, s_3=1, s_4=3$ 代入式(25), 易得 $0.72 < 1$, 表示该运行工况稳定可行, 且在线评估阶段仅耗时约 10 ms。

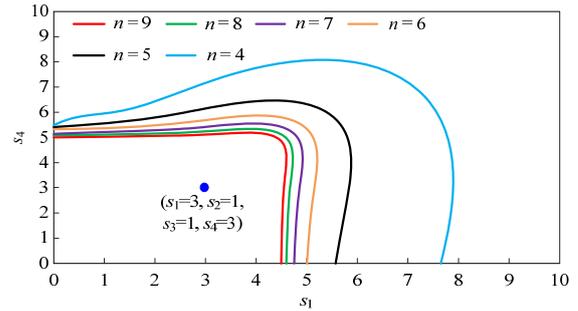


图 9 所提方法计算 IEEE-118 节点分区系统的 SVSB 结果($s_2=1, s_3=1$)
Fig. 9 Voltage stability boundary of subspace $s_2=1$ and $s_3=1$ on the IEEE 118-bus power system using the proposed method

3.4 分析与讨论

理论上而言, 所提“分式型”方法的阶数越高, 即节点电压 MPS 的阶数越高, 所得高维 SVSB 超曲面越准确。但在实际工程应用中, 系统调度员需要适当地平衡计算负担与 SVSB 的准确性。对此, 需引入一个判断准则:

$$\zeta = \frac{\sum_{j=1}^D |(s_{j_nth} - s_{j_{(n-1)th}}) / s_{j_{(n-1)th}}|}{D} \times 100\% < \zeta_{th} \quad (31)$$

式中: ζ 为差异因子, 表示第 $(n-1)$ 阶和第 n 阶“分式型”方法中所有嵌入因子 $s_j (j=1 \sim D)$ 的平均差异; ζ_{th} 为一个预设阈值; s_{j_nth} 表示由第 n 阶“分式型”方法所得 $s_j (j=1 \sim D)$, 通过设置其余 s 为 0 来逐个获得。若式(31)中 $\zeta < \zeta_{th}$, 则可认为所得 SVSB 已足够准确。预设的 ζ_{th} 越小, 所得 SVSB 越准确, 同时也需要越高的节点电压 MPS 阶数, 意味着需要越大的计算量。以 3.2 节中新英格兰 39 节点系统为例, 不同 ζ_{th} 预设值下 SVSB 的计算精度、所需节点电压阶数如表 4 所示。在实际应用中, 系统调度员可根据实际运行需求来灵活设置阈值 ζ_{th} 。

表 4 不同差异因子下所提方法计算 SVSB 值精度
Table 4 Accuracy of SVSB values calculated by the proposed method under different ζ_{th}

预设差异因子 $\zeta_{th}/\%$	所需节点电压阶数 n	s_1	s_1 误差/%	s_2	s_2 误差/%
50	$n=4$	4.51	38.8	3.40	14.5
20	$n=6$	3.88	19.4	3.18	7.1
10	$n=8$	3.61	11.1	3.09	4.0
5	$n=9$	3.38	4.0	3.08	3.7

虽然本文仅在 IEEE-14 节点, 新英格兰 39 节点和 IEEE-118 节点 3 个系统对所提方法进行了验证, 但所提“分式型”方法计算 SVSB 的思路可

同时适用于单维场景和高维场景下的各种大规模电力系统^[33]。且对于特定的运行工况而言,所提“分式型”方法所需节点电压 MPS 的阶数与系统规模几乎无关。此外,系统调度员可将系统划分为更多的区域,以更加精准地表示各区域负荷状态的独立变化,从而获得更加准确的 SVSB 结果,但也会为求解节点电压 MPS 引入更多的计算负担。

4 结论

本文提出了一种基于“多维全纯嵌入法+柯西-阿达马定理”的高维电压稳定边界分析方法。主要结论如下:

1) 本文将 SVSB 考虑为高维场景下的电压稳定超曲面,引入高维柯西-阿达马定理以建立节点电压多变量幂级数系数和电压稳定边界之间的解析关系,提出计算 SVSB 的“分式型”方法,且该方法同时适用于单维场景中的电压稳定边界(PV 曲线鼻点)以及高维场景中的电压稳定超曲面。

2) 本文所提“分式型”方法虽然与柯西-阿达马定理本身给出的“根式型”方法计算复杂度相似,但收敛速度更快,且计算所需节点电压 MPS 阶数更少。

3) 本文所提电力系统高维电压稳定边界计算方法能够通过合理的负荷分区,对电力系统高维 SVSB 进行快速求解与电压稳定性评估,为系统调度员分析电力系统电压稳定性提供参考。

需要指出的是:本文所提“分式型”方法主要关注的是由鞍结分岔点(saddle node bifurcation, SNB)组成的电力系统 SVSB。在实际求解过程中,可通过在一定负荷增长后,对所求得的 SNB 点进行发电机无功出力校验,判断系统是否出现极限诱导分岔点(limit induced bifurcation, LIB)。若出现 LIB,则需按照附录 A 式(A4)所示,更新离线推导。此外,随着各类分布式电源的不断并网,系统发电侧的不确定性越来越强,进而使得电压稳定问题愈发复杂,如何将本文所提方法应用于含高比例可再生能源并网的不确定性场景是值得进一步研究的方向。

参考文献

[1] 唐滢淇,董树锋,朱承治,等. 基于 Tri-Training-LASSO-BP 网络的静态电压稳定裕度在线预测方法[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(12): 3824-3834.
TANG Yingqi, DONG Shufeng, ZHU Chengzhi, et al. Online prediction method of static voltage stability margin

based on Tri-Training-lasso-BP network [J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(12): 3824-3834(in Chinese).

[2] 张勇军,林建熙,杨银国. 电力系统无功电压调控配合研究综述[J]. 电网技术, 2012, 36(3): 101-107.
ZHANG Yongjun, LIN Jianxi, YANG Yinguo. Survey on voltage/var control and coordination of power systems [J]. Power System Technology, 2012, 36(1): 101-107(in Chinese).

[3] 竺炜,许珊,尹军,等. 电网的分散负荷安全域及其应用(一): 电网静态安全的线路负荷安全域[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(8): 2691-2704.
ZHU Wei, XU Shan, YIN Jun, et al. Distributed load security domain and its application(I): Line load security domain for grid static security[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(8): 2691-2704(in Chinese).

[4] 竺炜,肖魏,罗贤超,等. 电网的分散负荷安全域及其应用(二): 线路静态失稳的边界-本质-形态及负荷安全域的裕度[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(5): 1737-1750.
ZHU Wei, XIAO Wei, LUO Xianchao, et al. Distributed load security domain and its application(II): boundary-essence-form of line static instability and stability margin of load security domain [J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(5): 1737-1750(in Chinese).

[5] 万凯遥,姜彤,冯卓诚,等. 静态电压稳定分岔点的直接识别算法[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(20): 6548-6556.
WAN Kaiyao, JIANG Tong, FENG Zhuocheng, et al. A method of directly identifying the steady-state voltage stability bifurcation[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(20): 6548-6556(in Chinese).

[6] 徐成司,王子翰,董树锋,等. 基于潮流雅可比行列式的静态电压稳定分析[J]. 中国电机工程学报, 2022, 42(6): 2096-2109.
XU Chengsi, WANG Zihan, DONG Shufeng, et al. Static voltage stability analysis based on power flow Jacobian determinant [J]. Proceedings of the CSEE, 2022, 42(6): 2096-2109(in Chinese).

[7] CHIANG H D, FLUECK A J, SHAH K S, et al. CPFLOW: A practical tool for tracing power system steady-state stationary behavior due to load and generation variations[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1995, 10(2): 623-634.

[8] FLUECK A J, CHIANG H D, SHAH K S. Investigating the installed real power transfer capability of a large scale power system under a proposed multiarea interchange schedule using CPFLOW[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1996, 11(2): 883-889.

[9] 姜涛,张明宇,李雪,等. 静态电压稳定域局部边界的快速搜索新方法[J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(14):

- 4126-4137.
- JIANG Tao, ZHANG Mingyu, LI Xue, et al. A novel algorithm to explore static voltage stability region boundary in power systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2018, 38(14): 4126-4137(in Chinese).
- [10] 金吉良, 李小腾, 梁航, 等. 基于改进连续潮流法的电压稳定极限计算方法[J]. 智慧电力, 2021, 49(3): 46-50, 87.
- JIN Jiliang, LI Xiaoteng, LIANG Hang, et al. Calculation method of voltage stability limit based on improved continuous power flow method[J]. Smart Power, 2021, 49(3): 46-50, 87(in Chinese).
- [11] LI Xue, ZHANG Linwei, JIANG Tao, et al. Relaxed decoupled direct calculation of voltage collapse points and its application in static voltage stability region boundary formation[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2021, 125: 106452.
- [12] CHÁVEZ-LUGO M, FUERTE-ESQUIVEL C R, GUTIERREZ-MARTÍNEZ V J. A direct method for the computation of the oscillatory voltage stability boundary [J]. Electric Power Systems Research, 2019, 167: 163-170.
- [13] 江伟, 王成山, 余贻鑫, 等. 直接计算静态电压稳定临界点的新方法[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(10): 1-6.
- JIANG Wei, WANG Chengshan, YU Yixin, et al. A new method for direct calculating the critical point of static voltage stability[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(10): 1-6(in Chinese).
- [14] QIU Yiwei, WU Hao, ZHOU Yongzhi, et al. Global parametric polynomial approximation of static voltage stability region boundaries[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(3): 2362-2371.
- [15] QIU Yiwei, WU Hao, SONG Yonghua, et al. Global approximation of static voltage stability region boundaries considering generator reactive power limits[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(5): 5682-5691.
- [16] 彭慧敏, 袁虎玲, 鲍颜红, 等. 大电网病态潮流的识别和修正方法[J]. 电力系统保护与控制, 2018, 46(22): 116-123.
- PENG Huimin, YUAN Huling, BAO Yanhong, et al. Identification and correction method for ill-conditioned power flow of large scale network[J]. Power System Protection and Control, 2018, 46(22): 116-123(in Chinese).
- [17] 刘怀远, 文晶, 陈兴雷, 等. 知识驱动的大电网仿真分析知识建模方法及其在潮流智能调整问题中的应用[J]. 中国电机工程学报, 2023, 43(5): 1843-1855.
- LIU Huaiyuan, WEN Jing, CHEN Xinglei, et al. Knowledge modeling method for simulation analysis of large-scale power system and their application in automation adjustment of power flow driven by knowledge[J]. Proceedings of the CSEE, 2023, 43(5): 1843-1855(in Chinese).
- [18] TRIAS A. The holomorphic embedding load flow method[C]//Proceedings of 2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting. San Diego: IEEE, 2012: 1-8.
- [19] 李雪, 李博, 姜涛, 等. 主动配电网潮流的全纯嵌入计算方法[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(11): 4210-4227.
- LI Xue, LI Bo, JIANG Tao, et al. A holomorphic embedding power flow algorithm for active distribution network[J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(11): 4210-4227(in Chinese).
- [20] 李雪, 姚超凡, 姜涛, 等. 基于常项值和先验节点的全纯嵌入潮流计算方法[J]. 电力自动化设备, 2023, 43(2): 142-150.
- LI Xue, YAO Chaofan, JIANG Tao, et al. Constant values and priori buses based holomorphic embedding load flow method[J]. Electric Power Automation Equipment, 2023, 43(2): 142-150(in Chinese).
- [21] 邵振国, 李壹民, 颜熙颖, 等. 基于全纯嵌入的电力系统不确定性仿射潮流方法[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(1): 105-117.
- SHAO Zhenguo, LI Yimin, YAN Xiyang, et al. Affine power flow algorithm for power system based on holomorphic embedding method[J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(1): 105-117(in Chinese).
- [22] LIU Chengxi, WANG Bin, XU Xin, et al. A multi-dimensional holomorphic embedding method to solve AC power flows[J]. IEEE Access, 2017, 5: 25270-25285.
- [23] RAO S D, TYLAVSKY D J, FENG Yang. Estimating the saddle-node bifurcation point of static power systems using the holomorphic embedding method [J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2017(84): 1-12.
- [24] 李京, 刘道伟, 赵高尚, 等. 基于连续参数追踪的静态电压稳定域边界迁移构建新方法[J]. 电网技术, 2020, 44(2): 465-477.
- LI Jing, LIU Daowei, ZHAO Gaoshang, et al. A new method for transfer construction of static voltage stability region boundary based on continuous parameter tracking [J]. Power System Technology, 2020, 44(2): 465-477(in Chinese).
- [25] PERNINGE M, SODER L. On the validity of local approximations of the power system loadability surface [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2011, 26(4): 2143-2153.
- [26] MAKAROV Y V, MA Jian, DONG Zhaoyang. Non-iterative method to determine static stability boundaries

- [C]/Proceedings of 2007 IEEE Lausanne Power Tech. Lausanne: IEEE, 2007: 349-354.
- [27] 李占勇. Cauchy-Hadamard 定理中关于“幂级数收敛半径确定”充分性的分析[J]. 喀什大学学报, 2020, 41(6): 17-20.
LI Zhanyong. Analysis on the sufficiency of determining the convergence radius of power series in theorem Cauchy-Hadamard[J]. Journal of Kashi University, 2020, 41(6): 17-20(in Chinese).
- [28] RANGE M R. Holomorphic functions and integral representations in several complex variables[M]. New York: Springer, 1986.
- [29] 刘承锡, 赖秋频, 姚良忠, 等. 基于全纯嵌入法的电力系统解耦模型: 薄弱节点辨识[J]. 中国电机工程学报, 2022, 42(5): 1736-1747.
LIU Chengxi, LAI Qiupin, YAO Liangzhong, et al. Power system decoupling model based on holomorphic embedding method: Weak bus identification [J]. Proceedings of the CSEE, 2022, 42(5): 1736-1747(in Chinese).
- [30] KIOS. IEEE 14-bus test system. [EB/OL]. [2023-03-20]. <https://www.kios.ucy.ac.cy/testsystems/index.php/ieee-14-bus-modified-test-system/>.
- [31] PAI M A. Energy function analysis for power system stability[M]. New York: Springer, 1989: 223-227.
- [32] KIOS. IEEE 118-bus test system. [EB/OL]. [2023-03-20]. <https://www.kios.ucy.ac.cy/testsystems/index.php/ieee-118-bus-modified-test-system/>.
- [33] LAI Qiupin, LIU Chengxi, SUN Kai. Analytical static voltage stability boundary based on holomorphic embedding [J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2022, 134: 107386.

附录 A

当系统的网络拓扑发生变化时, 式(6)–(8)中的节点导纳矩阵元素 Y_{ik} 需要修正为 Y_{ik-m} , 得到式(A1)所示修正后的全纯嵌入潮流方程:

$$\begin{cases} U_i(s) = 1 + (U_i^{SL} - 1)s, \quad \forall i \in \mathcal{S} \\ \sum_{k=1}^N Y_{ik-m} U_k(s) = \frac{sS_i^*}{U_i^*(s^*)}, \quad \forall i \in \mathcal{P} \\ \sum_{k=1}^N Y_{ik-m} U_k(s) = \frac{sP_i - jQ_i(s)}{U_i^*(s^*)}, \quad \forall i \in \mathcal{V} \\ U_i(s)U_i^*(s^*) = |U_i^{sp}|^2, \quad \forall i \in \mathcal{V} \end{cases} \quad (\text{A1})$$

式中 Y_{ik-m} 表示网络拓扑变化后的节点导纳矩阵元素。

当系统的动态分区发生变化时, 式(11)中多变量全纯幂级数形式的节点电压 U_i 需要修正为 U_{i-m} , 将修正后的 U_{i-m} 代入式(3)–(5)中, 得到系统动态分区变化后的全纯嵌入方程:

$$\begin{cases} U_i(s_1, s_2, \dots, s_j, \dots, s_D) = \sum_{n_D=0}^{\infty} \dots \sum_{n_j=0}^{\infty} \dots \\ \sum_{n_1=0}^{\infty} U_i[n_1, \dots, n_j, \dots, n_D] \underbrace{s_1^{n_1} \dots s_j^{n_j} \dots s_D^{n_D}}_{D\text{维}} \\ U_{i-m}(s_1, s_2, \dots, s_j, \dots, s_M) = \sum_{n_M=0}^{\infty} \dots \sum_{n_j=0}^{\infty} \dots \\ \sum_{n_1=0}^{\infty} U_{i-m}[n_1, \dots, n_j, \dots, n_M] \underbrace{s_1^{n_1} \dots s_j^{n_j} \dots s_M^{n_M}}_{M\text{维}} \end{cases} \quad (\text{A2})$$

$$\begin{cases} U_{i-m}(s) = 1 + (U_{i-m}^{SL} - 1)s, \quad \forall i \in \mathcal{S} \\ \sum_{k=1}^N Y_{ik} U_k(s) = \frac{sS_i^*}{U_{i-m}^*(s^*)}, \quad \forall i \in \mathcal{P} \\ \sum_{k=1}^N Y_{ik} U_k(s) = \frac{sP_i - jQ_i(s)}{U_{i-m}^*(s^*)}, \quad \forall i \in \mathcal{V} \\ U_{i-m}(s)U_{i-m}^*(s^*) = |U_{i-m}^{sp}|^2, \quad \forall i \in \mathcal{V} \end{cases} \quad (\text{A3})$$

式中 U_{i-m} 表示系统动态分区发生变化后的多变量全纯幂级数形式节点电压。

同理, 当系统出现发电机节点无功出力越限, 导致 PV 节点向 PQ 节点转换时, 交流潮流全纯嵌入方程修正为

$$\begin{cases} U_i(s) = 1 + (U_i^{SL} - 1)s, \quad \forall i \in \mathcal{S} \\ \sum_{k=1}^N Y_{ik} U_k(s) = \frac{sS_i^*}{U_i^*(s^*)}, \quad \forall i \in \mathcal{P}' \\ \sum_{k=1}^N Y_{ik} U_k(s) = \frac{sP_i - jQ_i(s)}{U_i^*(s^*)}, \quad \forall i \in \mathcal{V}' \\ U_i(s)U_i^*(s^*) = |U_i^{sp}|^2, \quad \forall i \in \mathcal{V}' \end{cases} \quad (\text{A4})$$

式中: \mathcal{P}' 、 \mathcal{V}' 分别表示系统中节点类型变化后 PQ、PV 节点的集合。

根据上述修正后的全纯嵌入方程, 即可重新离线推导, 求解节点电压 MPS, 得到满足新运行环境的 SVSB 解析表达式。



刘承锡

在线出版日期: 2023-11-22。

收稿日期: 2023-04-27。

作者简介:

刘承锡(1985), 男, 博士, 教授, 研究方向为电力系统仿真计算、电力系统稳定与控制, liuchengxi@whu.edu.cn。

(编辑 朱腾翌, 李新洁)