

基于分数阶小波变换的电力系统谐波检测方法

窦嘉炜¹, 杨小煜^{2*}, 杨晓忠¹

- 华北电力大学数理学院, 北京市昌平区 102206;
- 中国电力科学研究院有限公司, 北京市海淀区 100192)

A Power System Harmonic Detection Method Based on Fractional Wavelet Transform

DOU Jiawei¹, YANG Xiaoyu^{2*}, YANG Xiaozhong¹

- College of Mathematics and Physics, North China Electric Power University, Changping District, Beijing 102206, China;
- China Electric Power Research Institute, Haidian District, Beijing 100192, China)

ABSTRACT: Aiming at the problem that detection of stationary and transient harmonics is easily disturbed by noise, a harmonic detection method for power system based on fractional wavelet transform (FRWT) is proposed. First, the frequency of each spectrum is detected by fast Fourier transform (FFT), and the decomposition level is determined according to the frequency. Then, FRWT is used to decompose and reconstruct the signal, and the fundamental wave and each harmonic component in the signal are separated. Finally, Hilbert transform (HT) is performed on each harmonic component to obtain the frequency and amplitude detection results of each component and the start-end time of transient disturbance. The simulation results of various harmonic signals show that FRWT method can effectively detect the steady-state and transient harmonics in noisy signals and the detection accuracy of each result can be guaranteed even if the signal-to-noise ratio is low. It is proved that FRWT method is an effective new method to detect harmonics.

KEY WORDS: fractional wavelet transform; wavelet transform; Hilbert transform; harmonic detection; simulation test

摘要: 针对稳态和暂态谐波检测易受噪声干扰的问题, 提出一种基于分数阶小波变换(fractional wavelet transform, FRWT)的电力系统谐波检测方法。首先, 通过快速傅里叶变换(fast Fourier transform, FFT)检测出各频谱的频率, 根据频率确定分解层数; 其次, 利用 FRWT 对信号进行分解和重构, 实现基波与各次谐波分量的分离; 最后, 对各次谐波分量进行 Hilbert 变换(Hilbert transform, HT), 获取各次

谐波分量的频率和幅值检测结果以及暂态扰动的起止时刻。对多种谐波信号的仿真试验结果表明, FRWT 方法可以有效实现对含噪信号中稳态和暂态谐波的检测, 即使信噪比较低也能保证各项结果的检测精度, 证明 FRWT 方法是检测谐波的一种有效新方法。

关键词: 分数阶小波变换; 小波变换; Hilbert 变换; 谐波检测; 仿真试验

0 引言

电网和电子技术在近些年来飞速发展以及非线性元件和设备在电网中越发广泛的应用, 导致谐波对电网的危害愈发严重。谐波不仅会干扰各种电气和电子设备的运行, 降低用户的使用效率, 而且会影响通信系统正常工作以及电网的稳定性与安全性^[1-3]。因此, 为了治理电力系统中的谐波污染, 如何进行精确的电力信号谐波检测是首先要解决的问题。

目前, 快速傅里叶变换(fast Fourier transform, FFT)、小波变换(wavelet transform, WT)、希尔伯特-黄变换(Hilbert-Huang transform, HHT)等方法在谐波检测中的运用较为广泛。FFT 在频谱分析方面表现较好, 但无法进行时域分析, 且存在频谱泄露和栅栏效应, 较为适合对平稳信号进行分析^[4-6]。WT 是一种时频分析方法, 可以更好地提取局部特征, 适用于非平稳信号的分析, 但需要事先确定小波母函数与分解层数, 若小波母函数和分解层数选取不当, 则会影响检测结果^[7-10]。HHT 是一种自适应时频分析方法, 由经验模态分解和 Hilbert 变换组成, 不需要事先选择基, 可以根据信号性质自适应进行分解, 适合对非平稳、非线性信号进行分析,

基金项目: 国家自然科学基金项目(11371135)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China (11371135).

但容易出现端点效应和模态混叠现象^[11-14]。VALTIERRA-RODRIGUEZ M 等^[15]使用神经网络对谐波进行检测,在噪声环境下也能获得良好的结果,并且可以容易地扩展到三相电力系统。李志军等^[16]提出一种 PE—CEEMD 分解方法,可以有效抑制 CEEMD 中的虚假分量问题,提高谐波检测的精度。吴建章等^[17]将经验小波变换应用于电力系统谐波检测之中,避免了模态混叠问题,并且具有较好的噪声鲁棒性和实时检测能力。郭成等^[18]将 DFT 与 Prony 方法结合进行谐波检测,可以得到主导次谐波分量的时域指标与变化趋势。

Mendlovic^[19]于 1997 年首次提出分数阶小波变换(fractional wavelet transform, FRWT),之后多位学者对其进行改进^[20]。FRWT 结合 WT 和分数阶傅里叶变换的特点,将多分辨分析从时域-频域推广到了时域-广义频域,在 WT 的基础上增加了一个可变阶次 p ,在分析处理信号时更具灵活性^[20-23]。目前,FRWT 已被初步应用于图像处理、信号去噪、模拟电路故障诊断等多个领域,取得了良好的效果,但是涉及 FRWT 在电力谐波检测中的应用较少,因此研究基于 FRWT 的电力谐波检测方法是一项有价值的工作。

目前大多数传统谐波检测方法都容易受到噪声的干扰,导致在噪声背景下对谐波的检测精度不够理想。FRWT 不仅拥有 WT 对信号优秀的分解能力,而且对噪声具有良好的处理效果,本文将 FRWT 引入谐波检测中,研究其检测含噪信号中所含谐波的能力。首先使用 FFT 得到待测信号中各次谐波的频率,确定 FRWT 分解层数,其次使用 FRWT 将各次谐波分量从含有噪声的电力信号中提取出来,最后通过 Hilbert 变换计算频率和幅值参数,定位暂态扰动发生的时刻。仿真结果证明,对于噪声对检测结果造成的不利影响,FRWT 方法具有较好的抑制效果,对谐波信号的检测具有有效性和准确性。

1 分数阶小波变换

1.1 FRWT 定义

函数 $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$ 的 FRWT 表达式^[20]为

$$W_f^p(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi_{p;a,b}^*(t) dt \quad (1)$$

式中: $\psi_{p;a,b}(t) = \psi_{a,b}(t) e^{-j(t^2-b^2)/2\cot\alpha}$ 为 FRWT 的核函数; $\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$ 为 WT 的核函数; a 、 b 分别为尺度因子和平移因子; $\psi(t)$ 为 WT 的母小波;

$\psi_{p;a,b}^*(t)$ 为 $\psi_{p;a,b}(t)$ 的共轭; $\alpha = p\pi/2$; p 为 FRWT 的阶次。当 $p=1$, $\alpha=\pi/2$ 时, $W_f^p(a, b)$ 退化为传统小波变换。

将 FRWT 的尺度因子 $a = a_0^k, k \in Z$ (a_0 是大于 1 的固定伸缩步长)和平移因子 $\Delta b = a_0^k b_0$ 在位移域内的离散采样点上分别取值,可以得到离散分数阶小波变换(discrete fractional wavelet transform, DFRWT)形式,本文令 $a_0=2, b_0=1$ 。

1.2 DFRWT 系数分解

DFRWT 分解过程为:首先对第 k 层的分数阶小波近似系数 $\{c_n^k\}$ 做线性调频(linear frequency modulation, LFM)调制,得到第 k 层小波近似系数 $\{c_n^k\}$;然后对 $\{c_n^k\}$ 做离散小波变换(discrete wavelet transform, DWT)分解,得到第 $k+1$ 层小波域系数 $\{c_n^{k+1}\}$ 和 $\{d_n^{k+1}\}$;最后对 $\{c_n^{k+1}\}$ 和 $\{d_n^{k+1}\}$ 进行相位调制即可得到第 $k+1$ 层的分数阶小波域系数 $\{c_n^{k+1}\}$ 和 $\{d_n^{k+1}\}$ 。将 $f(t)$ 向各空间正交投影得^[24]:

$$c_n^{k+1} = e^{-j\frac{[(2n)2^k]^2}{2}\cot\alpha} \cdot c_n^{k+1} \quad (2)$$

$$d_n^{k+1} = e^{-j\frac{[(2n)2^k]^2}{2}\cot\alpha} \cdot d_n^{k+1} \quad (3)$$

1.3 DFRWT 系数重构

DFRWT 系数重构是其分解算法的逆过程^[24],其目的是凭借第 $k+1$ 层系数 $\{c_n^{k+1}\}$ 和 $\{d_n^{k+1}\}$ 逐层重构出原始数据 $\{c_n^0\}$ 。由式(2)、(3)可知:

$$c_n^{k+1} = c_n^{k+1} \cdot e^{j\frac{[(2n)2^k]^2}{2}\cot\alpha} \quad (4)$$

$$d_n^{k+1} = d_n^{k+1} \cdot e^{j\frac{[(2n)2^k]^2}{2}\cot\alpha} \quad (5)$$

由函数空间的投影关系 $f_k(t) = f_{k+1}(t) + D_{k+1}(t)$ 可知 $\{c_n^{k+1}\}$ 、 $\{d_n^{k+1}\}$ 与 $\{c_n^k\}$ 的关系:

$$c_n^k = \sum_{m \in Z} c_m^{k+1} \cdot g_0(n-2m) + \sum_{m \in Z} d_m^{k+1} \cdot g_1(n-2m) \quad (6)$$

式(4)~(6)表明 DFRWT 系数重构的过程:首先对第 $k+1$ 层的分数阶小波域系数 $\{c_n^{k+1}\}$ 和 $\{d_n^{k+1}\}$ 进行 LFM 调制得到小波域系数 $\{c_n^{k+1}\}$ 和 $\{d_n^{k+1}\}$;然后进行逆 DWT,得到 $\{c_n^k\}$;最后再对 $\{c_n^k\}$ 进行相位调制即可得到第 k 层分数阶小波近似系数 $\{c_n^k\}$ 。逐层重复此过程,则最终可以得到 $\{c_n^0\}$,重构出原来的信号。

2 基于 FRWT 的谐波检测方法

2.1 方法的原理

在信号处理中,分数阶小波相当于一组分数域

多尺度带通滤波器^[20],不同尺度下的FRWT相当于使用一组分数域多尺度带通滤波器对信号进行滤波处理,根据谐波的频率将其分解到不同的子频带上,再通过Hilbert变换对不同子频带进行频谱分析,即可实现对谐波的检测。

在噪声背景下,信号在时间轴上的投影会与噪声重叠,从而影响到对有用信号的检测。信号的能量在不同的分数域中具有不同的聚集性,而噪声没有聚集性。因此,存在一个分数域,信号的能量可以最佳聚集在某些子带中,通过对其他子带的变换系数进行处理,即可在保留信号特征的基础上减小噪声对有用信号的影响,这个分数域所对应的阶次 p 就是最优分数阶次。

信噪比(signal to noise ratio, SNR)是信号与噪声的比例,计算公式为

$$S_{NR} = 10 \lg \frac{\sum_{n=1}^N X^2(n)}{\sum_{n=1}^N [X(n) - \hat{X}(n)]^2} \quad (7)$$

式中: $X(n)$ 为原始信号; $\hat{X}(n)$ 为经过去噪处理后输出的信号。

去噪后信号的 S_{NR} 越大,表明去噪后噪声对谐波检测结果的干扰越小。因此当 S_{NR} 取最大值时对应的 p 值即为最优分数阶次。

阈值滤波是一种常用的去噪方法。硬阈值滤波就是确定一个阈值后,比较系数的幅值与阈值的大小,若阈值小于等于系数的幅值,则保留系数;若系数的幅值小于阈值,则把系数变为0。硬阈值滤波的表达式为

$$\hat{w}_{k,n} = \begin{cases} 0, & |w_{k,n}| < \lambda \\ w_{k,n}, & |w_{k,n}| \geq \lambda \end{cases} \quad (8)$$

式中: $w_{k,n}$ 为分数阶小波变换系数;阈值为 $\lambda = \sigma \cdot \sqrt{2 \log(N)}$; σ 为噪声标准差。

2.2 Hilbert 变换

对任一实值信号 $x(t)$ 做Hilbert变换得:

$$y(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (9)$$

Hilbert反变换为

$$x(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{y(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (10)$$

得到解析信号为

$$z(t) = x(t) + jy(t) = A(t)e^{j\theta(t)} \quad (11)$$

式中瞬时幅值函数 $A(t)$ 和瞬时相位函数 $\theta(t)$ 可表示为

$$\begin{cases} A(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} \\ \theta(t) = \arctan\left[\frac{y(t)}{x(t)}\right] \end{cases} \quad (12)$$

瞬时频率函数 $\omega(t)$ 为

$$\omega(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (13)$$

2.3 方法的实现步骤

综合上述原理分析,本文提出一种基于FRWT的谐波检测方法,该方法具体包含以下几个步骤。

步骤1:选取合适的滤波器和分解层数。本文选用Daubechies滤波器处理信号。

1) 设测试信号为

$$X(t) = \sum_{i=1}^n A_i \sin(2\pi f_i t) \quad (14)$$

式中: A_i 和 f_i 分别为第 i 次谐波的幅值和频率(其中 $f_i = if_1$, f_1 是基波频率); n 是最高次谐波的次数。对 $X(t)$ 做FFT,得到各次谐波的频率 f_i 。

2) 按照尽量使各次谐波的频率位于划分频带中心的原则,根据采样频率和 f_i 即可计算出分解层数。若采样频率为 F_s ,经第一层分解可得到近似部分 $a_1:0 \sim F_s/4$ 和细节部分 $d_2:F_s/4 \sim F_s/2$;然后对 a_1 进行第二层分解,可以得到近似部分 $a_2:0 \sim F_s/8$ 和细节部分 $d_2:F_s/8 \sim F_s/4$;以此类推,当每个 f_i 都被划分到不同频带时,可以得到所需分解层数 N 。

步骤2:寻找最优分数阶次 p ,对信号 $X(t)$ 做 p 阶FRWT分解和去噪处理。令阶次 p_j 的取值范围为 $(0,1)$, $p_i=0.01$,步长为0.01。

1) 对信号 $X(t)$ 做 p_1 阶FRWT,将其分解到频带 a_N 和 $d_1 \sim d_N$ 上,得到分数阶小波近似系数 c_{aN} 和细节系数 $c_{d1} \sim c_{dN}$ 。

2) 使用硬阈值滤波方法处理 $c_{d1} \sim c_{dN}$,得到处理后的系数 $\hat{c}_{d1} \sim \hat{c}_{dN}$ 。

3) 对 c_{aN} 和 $\hat{c}_{d1} \sim \hat{c}_{dN}$ 做分数阶小波逆变换,得到去噪后的信号 $\hat{X}(t)$,计算其SNR。

4) 依次将 p_j 代入并重复1)~3),找到使信号 $\hat{X}(t)$ 的SNR最大的阶次,记为 p ,记录相应的系数 c_{aN} 和 $\hat{c}_{d1} \sim \hat{c}_{dN}$ 。

步骤3:重构谐波信号。根据步骤1中所得谐波频率确定各次谐波所在频带 d_k ,通过分数阶小波逆变换,分别对相应频带内的系数 \hat{c}_{dk} 以及近似系

数 c_{aN} 进行单支重构，得到重构后的基波与各次谐波分量 CAN 和 CDk。

步骤 4：对重构后的基波与各次谐波分量进行频谱分析，得到谐波检测结果。

1) 若信号为稳态谐波，通过 Hilbert 变换可以计算出各次谐波分量的瞬时频率和幅值数据，由于 FRWT 分解存在边界效应，通过 Hilbert 变换计算出的数据也存在一定波动，因此，本文通过去除部分端点后分别对二者取均值的方法获取最终的频率和幅值检测结果。

2) 若信号为暂态谐波，则先通过 Hilbert 变换计算出各次谐波分量的瞬时频率和幅值数据，然后对瞬时幅值求一阶导数 d 。由于一阶导数的绝对值越大变化率越高，因此一阶导数达到显著极值的时刻即为扰动发生的具体时刻。为了排除其余微小极值的干扰，可以设置阈值 $T=\mu\max(|d|)$ ，将导数中绝对值小于 T 的值置为 0，即可根据幅值的导数曲线实现对暂态扰动的定位。最后在暂态扰动持续的时间段内，去除瞬时频率和幅值检测值的部分端点后取均值，即可得到暂态谐波在不同时段内谐波参数的检测结果。

3 仿真试验

3.1 稳态谐波检测

稳态谐波在电力系统中最为常见，谐波参数不会随着时间的改变而改变，稳态谐波信号仿真试验如下：

试验 1^[14]采用含有谐波间谐波的稳态谐波信号，设置采样频率为 2 560 Hz，信号时长为 1 s，选用 Db43 小波为基本小波函数，分解尺度为 4 层。信号表达式为

$$x(t) = \sin(\omega t) + \sin(2.2\omega t) + \sin(5\omega t) \quad (15)$$

式中： $\omega=2\pi f$ ； $f=50\text{Hz}$ 。由式(15)可知，该信号由基波、2.2 次间谐波和 5 次谐波叠加而成。使用 FRWT 分解信号后，由系数重构得到的基波、2.2 次间谐波和 5 次谐波分量如图 1 所示(仅画出了 500 个采样点)，直观地反映了各次谐波的频率与幅值。

观察图 1 可知，CA4、CD4 和 CD3 分别对应基波、2.2 次间谐波和 5 次谐波分量，每个分量的波形都比较光滑，没有出现模态混叠现象，且幅值与频率都较为稳定。

将无噪音环境下使用 FRWT 对稳态谐波中各次谐波分量频率和幅值的检测结果与文献[14]中使

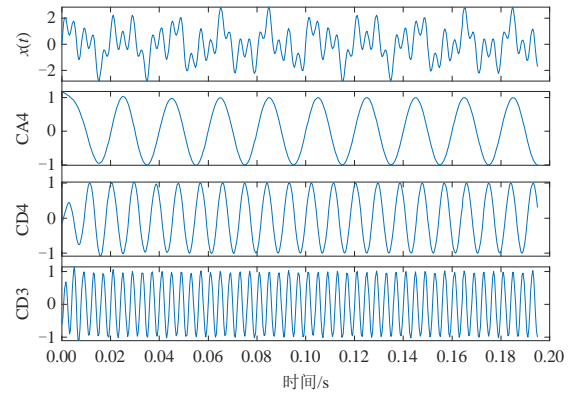


图 1 FRWT 分解结果

Fig. 1 FRWT decomposition results

用同步挤压小波变换(synchrosqueezing wavelet transform, SWT)和 HHT 得到的检测结果进行对比，结果如表 1 所示。

表 1 稳态谐波检测结果

Table 1 Detection results of steady-state harmonic

方法	谐波	理论	检测	误差	理论	检测	误差/%
	次数	幅值/pu	幅值/pu	/%	频率/Hz	频率/Hz	
HHT ^[14]	基波	1.0	0.9404	5.96	50	49.8810	0.24
	2.2	1.0	0.9629	3.71	110	110.1756	0.16
	5	1.0	0.9809	1.91	250	250.8745	0.35
SWT ^[14]	基波	1.0	0.9182	8.18	50	48.6378	2.72
	2.2	1.0	0.9201	7.99	110	108.1790	1.66
	5	1.0	0.9671	3.29	250	244.9218	2.03
FRWT (本文)	基波	1.0	0.9995	0.05	50	50.0192	0.04
	2.2	1.0	0.9998	0.02	110	110.0427	0.04
	5	1.0	0.9993	0.07	250	250.0962	0.04

由表 1 可知，在无噪声的情况下本文方法对频率检测的平均误差为 0.04%，对幅值检测的平均误差为 0.05%，可见本文方法对各分量频率和幅值的检测精度较高。对 3 种方法的检测精度进行排序，可以发现 FRWT>HHT>SWT，对于同一分量，频率检测的精度更高，表明 FRWT 可以运用于谐波检测之中。

在信号 $x(t)$ 中分别加入 30、20 和 10 dB 的高斯白噪声，使用本文方法进行分析，可以得到不同信噪比下稳态谐波频率和幅值的检测结果，结果如表 2—4 所示。

由表 2—4 可知，在噪声环境下本文方法的检测精度会随着信噪比的降低而下降。在信噪比为 30 dB 的环境中，本文方法对频率检测的平均误差为 0.04%，对幅值检测的平均误差为 0.15%；在信噪比为 20 dB 的环境中，本文方法对频率检测的平均误差为 0.05%，对幅值检测的平均误差为 0.28%；

表2 稳态谐波检测结果($S_{NR}=30\text{ dB}$)

Table 2 Detection results of steady-state harmonic ($S_{NR}=30\text{ dB}$)

谐波次数	理论幅值/pu	检测幅值/pu	误差/%	理论频率/Hz	检测频率/Hz	误差/%
基波	1.0	1.0019	0.19	50	50.0193	0.04
2.2	1.0	0.9984	0.16	110	110.0445	0.04
5	1.0	0.9989	0.11	250	250.0935	0.04

表3 稳态谐波检测结果($S_{NR}=20\text{ dB}$)

Table 3 Detection results of steady-state harmonic ($S_{NR}=20\text{ dB}$)

谐波次数	理论幅值/pu	检测幅值/pu	误差/%	理论频率/Hz	检测频率/Hz	误差/%
基波	1.0	0.9974	0.26	50	50.0216	0.04
2.2	1.0	0.9967	0.33	110	110.0722	0.07
5	1.0	1.0025	0.25	250	250.0852	0.03

表4 稳态谐波检测结果($S_{NR}=10\text{ dB}$)

Table 4 Detection results of steady-state harmonic ($S_{NR}=10\text{ dB}$)

谐波次数	理论幅值/pu	检测幅值/pu	误差/%	理论频率/Hz	检测频率/Hz	误差/%
基波	1.0	1.0013	0.13	50	50.0539	0.11
2.2	1.0	0.9784	2.16	110	109.9952	0.04
5	1.0	1.0118	1.18	250	249.9542	0.02

在信噪比为 10dB 的环境中, 本文方法对频率检测的平均误差为 0.06%, 对幅值检测的平均误差为 1.16%。可见即使信噪比低至 10dB, 本文方法对各次谐波分量频率与幅值的检测也可以保持较高的检测精度, 具有较好的噪声鲁棒性。

3.2 短时谐波检测

部分谐波仅存在于某个时间段内, 检测短时谐波信号的仿真试验如下:

试验 2^[17]设置采样频率为 6400Hz, 信号时长为 0.4s, 选用 Db43 小波为基本小波函数, 分解尺度为 5 层, 设置短时谐波信号为

$$x(t) = \sin(\omega t) + 0.5\sin(3\omega t_1) + 0.4\sin(5\omega t_1) \quad (16)$$

式中: $\omega=2\pi f$; $f=50\text{ Hz}$; $0.12\text{ s} \leq t_1 \leq 0.24\text{ s}$ 。由式(16)可知, 该信号中 3 次谐波和 5 次谐波产生于 0.12s, 消失于 0.24s。在信号中加入 30dB 高斯白噪声, 经过 FRWT 分解后系数重构所得到的基波与各次谐波分量的波形如图 2 所示, 直观地反映了暂态谐波的起止时间和谐波参数, 图 2 中较为光滑的波形曲线表明, 本文方法提取出的各次谐波分量的频率与幅值较为稳定。

图 2 中 CA5 为基波, CD5 为 3 次谐波, CD4

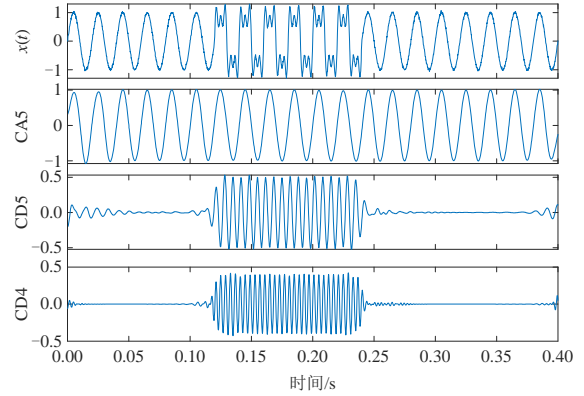


图2 短时谐波及其 FRWT 分解结果($S_{NR}=30\text{ dB}$)

Fig. 2 Short-time harmonic and decomposition results of FRWT ($S_{NR}=30\text{ dB}$)

为 5 次谐波。由图 3 可以看出, 在信号中含有 30dB 高斯白噪声的情况下, 本文方法可以准确地从原信号中分离出各次暂态谐波, 极大程度地重现暂态谐波的波形。

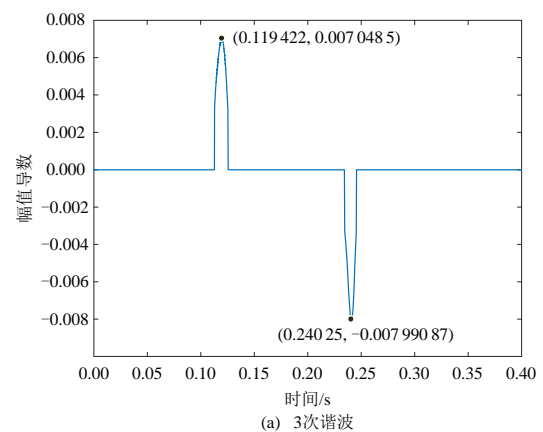
在 t_1 时段内检测各次谐波的频率和幅值, 获得基波和各次谐波分量的谐波参数检测结果, 如表 5 所示。从表 5 可以看出, 对幅值检测的平均误差为 0.47%, 对频率检测的平均误差为 0.08%, 表明本文检测方法在噪声环境下能够较好地检测短时谐波的谐波参数, 在对同一谐波分量的检测中, 本文方法对频率的检测精度更高。

通过 Hilbert 变换求出 3 次谐波和 5 次谐波分量的瞬时幅值曲线, 求其一阶导数, 经过阈值处理后得到图 3。通过图中极值点的坐标可以对谐波产生

表5 短时谐波检测结果($S_{NR}=30\text{ dB}$)

Table 5 Detection results of short-time harmonic ($S_{NR}=30\text{ dB}$)

谐波次数	理论幅值/pu	检测幅值/pu	误差/%	理论频率/Hz	检测频率/Hz	误差/%
基波	1.0	0.9996	0.040	50	50.0105	0.021
3	0.5	0.5039	0.780	150	150.2789	0.186
5	0.4	0.3976	0.600	250	250.0492	0.020



(a) 3次谐波

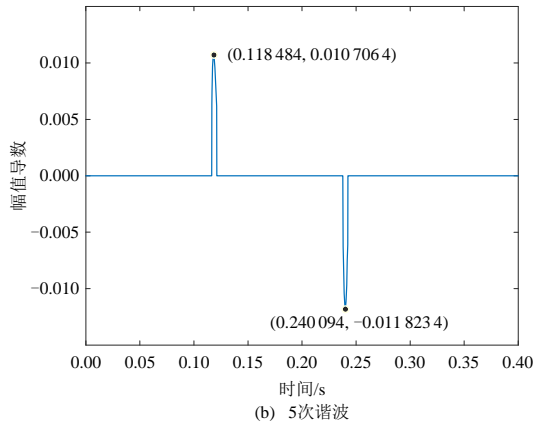


图 3 短时谐波定位结果

Fig. 3 Location results of short-time harmonic

与消失的时间进行定位：3 次谐波产生于 0.119422s，消失于 0.24025s，定位误差不超过 0.6ms；5 次谐波产生于 0.118484s，消失于 0.240094s，定位误差不超过 1.6ms，表明本文方法对于短时谐波产生与消失时刻的定位较为准确。

3.3 时变谐波检测

时变谐波的频率和幅值会随着时间的变化而改变，检测时变谐波的仿真试验如下：

试验 3^[17]设置采样频率为 6400Hz，信号时长为 0.4s，选用 Db43 小波为基本小波函数，分解尺度为 5 层，时变谐波信号表达式为

$$x(t) = \begin{cases} \sin(\omega t), & 0 < t \leq 0.12s \\ 2\sin(\omega t) + 1.6\sin(3\omega t) + 1.2\sin(7\omega t), & 0.12s < t \leq 0.24s \\ \sin(\omega t) + 0.8\sin(3\omega t) + 0.6\sin(7\omega t), & 0.24s < t \leq 0.4s \end{cases} \quad (17)$$

式中： $\omega=2\pi f$ ； $f=50\text{Hz}$ 。由式(17)可知，该信号中基波于 0.12s 发生骤升，在 0.24s 恢复正常，0.12s 时产生 3 次谐波和 7 次谐波。在信号中加入 30dB 高斯白噪声，图 4 分别为含噪信号和经过 FRWT 分解后系数重构所得到的基波与各次谐波分量的波形，其中 CA5 为基波，CD5 为 3 次谐波，CD4 为 7 次谐波，直观地反映了信号突变的时刻和突变前后信号的频率与幅值，证明 FRWT 可以有效分离出含噪信号中的时变谐波成分。

分别对 $t_1(0.12\text{—}0.24\text{s})$ 和 $t_2(0.24\text{—}0.4\text{s})$ 两个时段内谐波的频率与幅值进行检测，获得基波和各次谐波分量的频率和幅值检测结果，如表 6 所示。

由表 6 可知： t_1 时段内幅值的平均检测误差为 1.02%，频率的平均检测误差为 0.06%； t_2 时段内幅值的平均检测误差为 0.93%，频率的平均检测误差

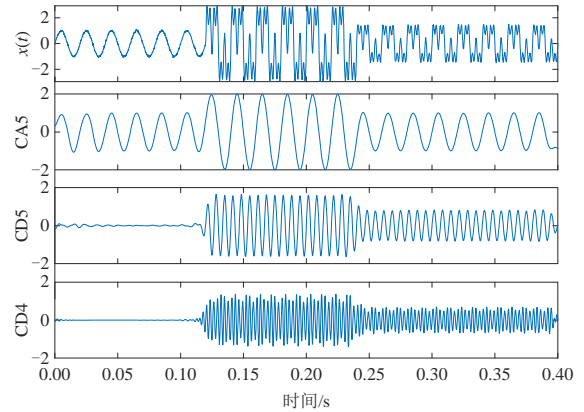


图 4 时变谐波及其 FRWT 分解结果($S_{NR}=30\text{ dB}$)

Fig. 4 Time-varying harmonic and decomposition results of FRWT($S_{NR}=30\text{ dB}$)

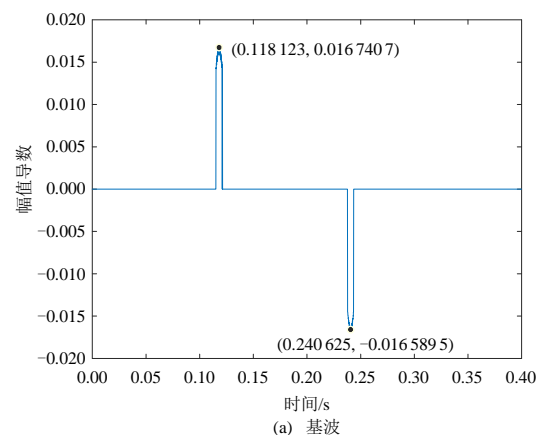
表 6 时变谐波检测结果($S_{NR}=30\text{ dB}$)

Table 6 Detection results of time-varying harmonic ($S_{NR}=30\text{ dB}$)

谐波次数	时段	理论幅值 /pu	检测幅值 /pu	误差 /%	理论频率 /Hz	检测频率 /Hz	误差/%
基波	t_1	2.0	2.0094	0.470	50	49.9498	0.100
	t_2	1.0	0.9990	0.100	50	49.9597	0.081
3	t_1	1.6	1.6022	0.138	150	149.8762	0.083
	t_2	0.8	0.8006	0.075	150	150.0417	0.028
7	t_1	1.2	1.1706	2.450	350	350.0067	0.002
	t_2	0.6	0.5843	2.617	350	350.0260	0.007

为 0.04%，可见本文方法可以较为准确地识别不同时段内的谐波参数，在噪声环境下对于时变谐波信号具有良好的检测精度。在同一时段内，相较于对幅值的检测，本文方法对频率具有更高的检测精度。

通过 Hilbert 变换求出基波和 3 次谐波分量的瞬时幅值曲线，求其一阶导数，经过阈值处理后得到图 5。通过图中极值点的坐标可以对基波骤升与恢复和 3 次谐波产生与衰变的时刻进行定位：基波骤升的时间为 0.118123s，恢复的时间为 0.240625s；3 次谐波产生的时间为 0.119844s，衰变的时间为 0.240469s；与原时段相比误差均不超过 1.9ms。



(a) 基波

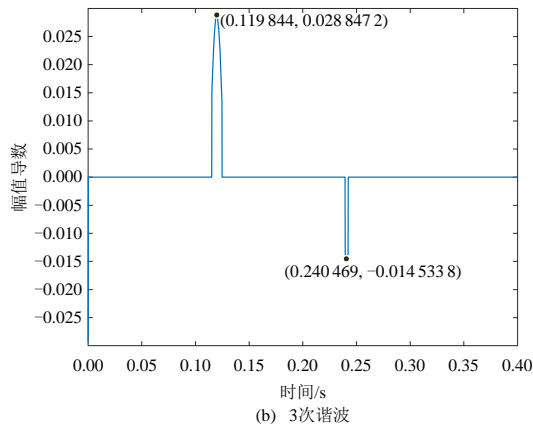


图5 时变谐波定位结果

Fig. 5 Location results of time-varying harmonic

4 结论

本文将 FRWT 引入谐波检测之中, 提出一种基于 FRWT 和 Hilbert 变换的谐波时频分析方法, 利用 FRWT 的噪声处理能力和信号分离能力, 更好地将各次谐波分量从含噪信号中分离出来, 再结合 Hilbert 变换提取谐波参数。仿真试验结果表明:

1) 本文提出的 FRWT 方法通过阈值滤波处理可以较好的抑制噪声干扰, 准确地从待测信号中提取出各次谐波成分, 具有良好的噪声鲁棒性。

2) FRWT 方法不仅可以较为准确地检测出各次谐波的谐波参数, 而且可以较为准确地定位暂态扰动在信号传输中出现的时刻。

3) FRWT 方法对频率的检测精度高于对幅值的检测精度。

本文方法对分数阶小波变换系数做了阈值滤波处理, 舍弃了一些幅值较小的分数阶小波变换系数, 虽然提高了噪声鲁棒性, 但一定程度上影响了幅值的检测精度。如何在保持较好噪声鲁棒性的前提下减少对幅值检测精度的影响, 还有待今后进一步研究。

参考文献

- [1] 肖湘宁, 徐永海, 陶顺. 电力系统电能质量[M]. 北京: 中国电力出版社, 2022: 245-253.
XIAO Xiangning, XU Yonghai, TAO Shun. Power quality of power system[M]. Beijing: China Electric Power Press, 2022: 245-253(in Chinese).
- [2] REZA S, AGELIDIS V G. A robust technique for single-phase grid voltage fundamental and harmonic parameter estimation[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2015, 64(12): 3262-3273.
- [3] 喻敏, 王斌, 王文波, 等. 基于 SST 的间谐波检测方法[J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(11): 2944-2951.
YU Min, WANG Bin, WANG Wenbo, et al. An inter-harmonic detection method based on synchrosqueezing wavelet transform[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(11): 2944-2951(in Chinese).
- [4] 房国志, 杨才山, 杨超. 基于 Meyer 小波和 FFT 的电网间谐波检测[J]. 电力系统保护与控制, 2011, 39(12): 90-93, 101.
FANG Guozhi, YANG Caishan, YANG Chao. Detection of inter-harmonic in power system based on Meyer wavelet and FFT[J]. Power System Protection and Control, 2011, 39(12): 90-93, 101(in Chinese).
- [5] 刘亚梅, 惠锦, 杨洪耕. 电力系统谐波分析的多层 DFT 插值校正法[J]. 中国电机工程学报, 2012, 32(25): 182-188.
LIU Yamei, HUI Jin, YANG Honggeng. Multilayer DFT interpolation correction approach for power system harmonic analysis[J]. Proceedings of the CSEE, 2012, 32(25): 182-188(in Chinese).
- [6] SU Taixin, YANG Mingfa, JIN Tao, et al. Power harmonic and interharmonic detection method in renewable power based on Nuttall double-window all-phase FFT algorithm [J]. IET Renewable Power Generation, 2018, 12(8): 953-961.
- [7] 周龙华, 付青, 余世杰, 等. 基于小波变换的谐波检测技术[J]. 电力系统及其自动化学报, 2010, 22(1): 80-85.
ZHOU Longhua, FU Qing, YU Shijie, et al. Harmonic detection based on wavelet transform[J]. Proceedings of the CSU-EPSC, 2010, 22(1): 80-85(in Chinese).
- [8] 张鹏, 李红斌. 一种基于离散小波变换的谐波分析方法 [J]. 电工技术学报, 2012, 27(3): 252-259.
ZHANG Peng, LI Hongbin. A novel algorithm for harmonic analysis based on discrete wavelet transforms [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2012, 27(3): 252-259(in Chinese).
- [9] 陈欢, 何怡刚, 肖建平, 等. 基于 CWT 和 DWT 相结合的谐波检测[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(20): 71-75.
CHEN Huan, HE Yigang, XIAO Jianping, et al. Harmonics detection based on a combination of continuous wavelet transform and discrete wavelet transform[J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(20): 71-75(in Chinese).
- [10] 苏变玲. 小波变换在电力系统中的应用[M]. 北京: 科学出版社, 2016: 59-68.
SU Bianling. Application of wavelet transform in power system[M]. Beijing: Science Press, 2016: 59-68(in Chinese).
- [11] 李天云, 程思勇, 杨梅. 基于希尔伯特-黄变换的电力系统谐波分析[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(4):

- 109-113.
LI Tianyun, CHENG Siyong, YANG Mei. Power system harmonic analysis based on Hilbert-Huang transform [J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(4): 109-113(in Chinese).
- [12] AFRONI M J, SUTANTO D, STIRLING D. Analysis of nonstationary power-quality waveforms using iterative Hilbert Huang transform and SAX algorithm[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2013, 28(4): 2134-2144.
- [13] 范伟宁, 陈红卫. 基于改进 HHT 的间谐波检测算法[J]. 电子测量技术, 2018, 41(14): 50-54.
FAN Weining, CHEN Hongwei. Inter-harmonics detection algorithm based on improved HHT[J]. Electronic Measurement Technology, 2018, 41(14): 50-54(in Chinese).
- [14] 童涛, 张新燕, 刘博文, 等. 基于傅里叶同步挤压变换和希尔伯特变换的谐波间谐波检测分析[J]. 电网技术, 2019, 43(11): 4200-4208.
TONG Tao, ZHANG Xinyan, LIU Bowen, et al. Analysis of harmonic and inter-harmonic detection based on Fourier-based synchrosqueezing transform and Hilbert transform[J]. Power System Technology, 2019, 43(11): 4200-4208(in Chinese).
- [15] VALTIERRA-RODRIGUEZ M, DE JESUS ROMERO-TRONCOSO R, OSORNIO-RIOS R A, et al. Detection and classification of single and combined power quality disturbances using neural networks[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 61(5): 2473-2482.
- [16] 李志军, 张鸿鹏, 王亚楠, 等. 排列熵—CEEMD 分解下的新型小波阈值去噪谐波检测方法[J]. 电机与控制学报, 2020, 24(12): 120-129.
LI Zhijun, ZHANG Hongpeng, WANG Yanan, et al. Wavelet threshold denoising harmonic detection method based on permutation entropy-CEEMD decomposition[J]. Electric Machines and Control, 2020, 24(12): 120-129(in Chinese).
- [17] 吴建章, 梅飞, 陈畅, 等. 基于经验小波变换的电力系统谐波检测方法[J]. 电力系统保护与控制, 2020, 48(6): 136-143.
WU Jianzhang, MEI Fei, CHEN Chang, et al. Harmonic detection method in power system based on empirical wavelet transform[J]. Power System Protection and Control, 2020, 48(6): 136-143(in Chinese).
- [18] 郭成, 尹轲, 张艳萍, 等. 一种基于综合 DFT 和 Prony 算法的谐波与间谐波分析方法[J]. 电力系统保护与控制, 2021, 49(17): 1-9.
GUO Cheng, YIN Ke, ZHANG Yanping, et al. A harmonic and interharmonic analysis method based on integrated DFT and Prony algorithm[J]. Power System Protection and Control, 2021, 49(17): 1-9(in Chinese).
- [19] MENDLOVIC D, ZALEVSKY Z, MAS D, et al. Fractional wavelet transform[J]. Applied Optics, 1997, 36(20): 4801-4806.
- [20] 史军, 沙学军, 张钦宇. 分数阶信号处理理论与方法[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2017: 184-219.
SHI Jun, SHA Xuejun, ZHANG Qinyu. Fractional order signal processing theory and methods[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2017: 184-219(in Chinese).
- [21] 黄思齐, 姚加明, 许兴武. 分数阶小波变换的性质[J]. 测控技术, 2009, 28(4): 15-17.
HUANG Siqi, YAO Jiaming, XU Xingwu. Properties of the fractional wavelet transform[J]. Measurement & Control Technology, 2009, 28(4): 15-17(in Chinese).
- [22] SHI Jun, ZHANG Naitong, LIU Xiaoping. A novel fractional wavelet transform and its applications [J]. Science China Information Sciences, 2012, 55(6): 1270-1279.
- [23] DAI Hongzhe, ZHENG Zhibao, WANG Wei. A new fractional wavelet transform[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2017, 44: 19-36.
- [24] 徐小军, 王友仁. 基于离散分数阶正交小波变换图像降噪新方法[J]. 电子学报, 2014, 42(2): 280-287.
XU Xiaojun, WANG Youren. Novel image denoising method based on discrete fractional orthogonal wavelet transform[J]. Acta Electronica Sinica, 2014, 42(2): 280-287(in Chinese).



窦嘉炜

在线出版日期: 2022-11-10。

收稿日期: 2022-07-14。

作者简介:

窦嘉炜(1996), 男, 硕士研究生, 研究方向为分数阶小波变换在电力信号检测中的应用, jiawei.dou@foxmail.com;

*通信作者: 杨小煜(1971), 男, 博士, 正高级工程师, 研究方向为电力系统和综合能源网仿真分析, yangxy71@gmail.com;

杨晓忠(1965), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为微分方程数值解法和应用软件。

(责任编辑 邱丽萍)

A Power System Harmonic Detection Method Based on Fractional Wavelet Transform

DOU Jiawei¹, YANG Xiaoyu^{2*}, YANG Xiaozhong¹

(1. North China Electric Power University; 2. China Electric Power Research Institute)

KEY WORDS: fractional wavelet transform; wavelet transform; Hilbert transform; harmonic detection; simulation test

With the increasing application of nonlinear components and equipment in the power grid, the harm of harmonics to the power grid is becoming more and more serious. In order to suppress harmonic pollution, accurate detection of harmonics must be realized. However, most of the traditional harmonic detection methods are easily disturbed by noise, resulting in poor detection accuracy of harmonics in a noisy background.

Fractional wavelet transform (FRWT) is a new time-frequency analysis method which has been proposed in recent years. At present, it has been widely used in image processing and signal processing, but there are few applications in power harmonic detection. Its definition is based on fractional Fourier transform and wavelet transform, and extends multi-resolution analysis to the time-generalized frequency domain. It is more flexible in analyzing and processing signals, and has a better processing effect on noise than wavelet transform.

Therefore, a harmonic detection method based on FRWT is proposed. The core idea of the method is to use the FRWT's excellent noise processing and signal decomposition capabilities to detect harmonics. FRWT can decompose harmonic signals into different sub-bands in the fractional domain by multi-resolution analysis. Since the noise is uniformly distributed, and the energy of the signal will be gathered in certain sub-bands, by filtering the coefficients in other sub-bands, the impact of noise on the useful signal can be reduced while retaining the signal characteristics. Then the processed coefficients can be reconstructed back to each harmonic signals. High precision test results can be obtained by detecting these harmonic signals.

Finally, the detection performance of the method under noisy environment is verified by simulation tests. In the test, steady-state harmonic, short-time harmonic

and time-varying harmonic are detected by the proposed method, and the results with high accuracy are obtained. The decomposition results of short-time harmonic under 30dB noise are shown in Fig. 1, and the detection results are shown in Table 1.

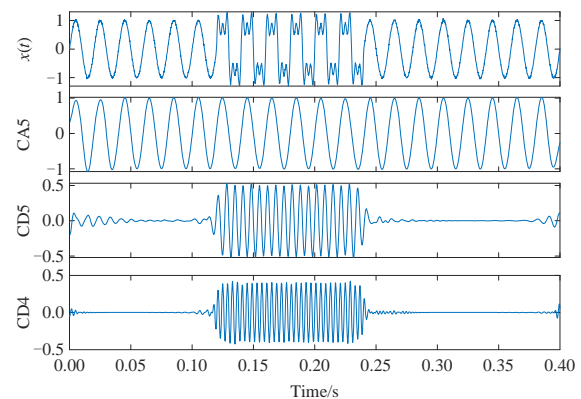


Fig. 1 Short-time harmonic and decomposition results of FRWT (SNR=30dB)

Table 1 Detection results of short-time harmonic (SNR=30dB)

Harmonic number	Theoretical amplitude/pu	Detection amplitude/pu	Error/ %	Theoretic frequency/Hz	Detection frequency/Hz	Error/ %
Fundamental	1.0	0.999 6	0.040	50	50.010 5	0.021
3	0.5	0.503 9	0.780	150	150.278 9	0.186
5	0.4	0.397 6	0.600	250	250.049 2	0.020

In Fig 1, CA5 is the fundamental, CD5 is the 3rd harmonic, and CD4 is the 5th harmonic. The waveform of each component is relatively smooth, which visually reflects the frequency and amplitude of each harmonic.

It can be seen from Table 1 that the average detection error of amplitude is 0.47%, and the average detection error of frequency is 0.08%. In addition, the localization error of transient disturbance is less than 1.6 ms. The simulation results show that the proposed method, which is an effective new method for power harmonic detection, can be used to precisely identify each harmonic's harmonic characteristics as well as the beginning and finish points of transient disturbances in noisy environments.