

# 基于弹性力学-热力学的变压器铁芯磁致伸缩振动模型与松动故障诊断方法

曹辰<sup>1</sup>, 路敦林<sup>1</sup>, 徐博文<sup>2</sup>, 李晓龙<sup>1</sup>, 何龙<sup>3</sup>, 朱咏明<sup>3</sup>

(1. 沈阳工业大学电气工程学院, 沈阳 110870; 2. 西交利物浦大学土木工程学院, 苏州 215123;

3. 国网新疆电力有限公司昌吉供电公司, 昌吉 831100)

**摘要:** 为了准确分析变压器铁芯磁致伸缩现象, 建立了弹性力学与热力学耦合的铁芯振动理论模型, 并基于奇异性分解理论提出了松动故障诊断方法。首先通过耦合弹性力学中的应变能和热力学中的弹性自由能, 建立了表征变压器铁芯多频段的磁致伸缩振动数学模型; 接着考虑了基于弹性力学的非线性力-磁耦合机制的影响, 建立了振动多频段多物理场仿真模型, 得到了铁芯 0~1000 Hz 的多频段振动特性; 然后搭建了变压器铁芯磁致伸缩振动采集平台, 对 10 kV 变压器铁芯进行了振动监测试验。试验结果表明, 铁芯振动除 100 Hz 基频以外, 还含有 200~600 Hz 的振动信号, A、B 相的实测结果分别为 0.009、0.023 m/s<sup>2</sup>, 仿真结果分别为 0.009、0.023 m/s<sup>2</sup>, 仿真与试验一致, 验证了仿真模型的正确性; 之后建立了铁芯松动故障模型, 得到部分与完全松动状态下的振动特性。最后, 对获得的振动信号进行故障诊断, 以铁芯正常、部分松动、完全松动的不同状态信号为基础, 提出了基于奇异性分解理论的方法, 计算的特征量分别为 0.0524、0.2822、1.5059, 说明随着松动程度的逐渐加剧, 特征量逐渐增大, 验证了诊断方法的准确性。

**关键词:** 变压器; 铁芯; 磁致伸缩; 振动信号; 松动诊断

## Magnetostrictive Vibration Model and Loosening Fault Diagnosis Method of Transformer Core Based on Elastodynamics-thermodynamics

CAO Chen<sup>1</sup>, LU Dunlin<sup>1</sup>, XU Bowen<sup>2</sup>, LI Xiaolong<sup>1</sup>, HE Long<sup>3</sup>, ZHU Yongming<sup>3</sup>

(1. School of Electrical Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang 110870, China;

2. Department of Civil Engineering, Xi'an Jiaotong-Liverpool University, Suzhou 215123, China;

3. Changji Power Supply Company, State Grid Xinjiang Electric Power Co., Ltd., Changji 831100, China)

**Abstract:** In order to accurately analyze the magnetostriction phenomenon of transformer cores, a theoretical model of core vibration coupled with elastodynamics and thermodynamics is established, and a method for diagnosing loosening based on singularity decomposition is proposed. Firstly, by coupling the strain energy in elastodynamics and the elastic free energy in thermodynamics, a mathematical model for magnetostrictive vibrations characterising the multi-band core of a transformer is developed. Secondly, the effect of a non-linear force-magnetic coupling mechanism based on elastic dynamics is taken into consideration, a vibration multi-band multi-physical field simulation model is established, and multi-band vibration characteristics of the core from 0 Hz to 1000 Hz are obtained. Thirdly, a magnetostrictive vibration acquisition platform for transformer cores is built and vibration monitoring tests are carried out on 10 kV transformer cores. The experimental findings show that, besides the primary frequency of 100 Hz, the core vibration also contains vibration signals from 200 Hz to 600 Hz, with the measured results of 0.009 m/s<sup>2</sup> and 0.023 m/s<sup>2</sup> for the A and B phases, and the simulation results of 0.009 m/s<sup>2</sup> and 0.023 m/s<sup>2</sup>. The simulations agree with the experimental results and demonstrate the correctness of the simulation model. Afterwards, a core loosening fault model is developed to obtain the vibration characteristics in the partially and fully loosened state. Finally, the vibration signals are used to diagnose faults based on different states of the iron core, such as in normal, partially loose, and completely loose states. A method which is based on the singular decomposition theory is proposed, and characteristic values of 0.0524, 0.2822, and 1.5059, respectively can be obtained. It is confirmed that, as the looseness worsens, the characteristic values increase, validating the feasibility of the diagnostic approach.

**Key words:** transformers; cores; magnetostriction; vibration signals; loose diagnostics

基金资助项目: 国家自然科学基金(52107157); 国网新疆电力有限公司科技项目(5230CJ230002); 辽宁省教育厅科技项目(JYTMS20231208)。Project supported by National Natural Science Foundation of China (52107157), Science and Technology Project of State Grid Xinjiang Electric Power Co., Ltd. (5230CJ230002), Science Research Project of the Educational Department of Liaoning Province (JYTMS20231208).

## 0 引言

随着中国的发展, 电力的重要性也越来越突出, 其中变压器在电网运行中的重要性也逐渐突出<sup>[1-2]</sup>, 准确评估变压器的运行状态, 对电力系统网络的安全运行尤为重要。变压器的主要部件铁芯, 对变压器的整体运行起着至关重要的作用。如果将变压器铁芯视为一种机械结构, 当铁芯松动和其他故障发生时, 其机械特性将会发生变化, 造成变压器故障频频发生<sup>[3-4]</sup>。

通过对铁芯振动特性的精确建模和分析, 进而研究铁芯振动的变化规律, 可以为变压器铁芯振动检测和变压器优化设计提供重要依据。目前关于变压器铁芯磁致伸缩振动的研究成果大多是基于磁致伸缩铁芯 100 Hz 振动的研究, 而对于高频段的磁致伸缩振动研究较少。西安交通大学的顾晓安团队通过对弹性力学的分析, 建立了磁致伸缩力的数学模型<sup>[5]</sup>。吴晓文等学者通过建立负载状态下的变压器仿真模型, 分析了铁芯振动与绕组振动的传递过程, 给出了铁芯与绕组振动的振动大小以及振动的传递过程<sup>[6]</sup>。王青等学者以 1 台变压器为例, 对变压器的铁芯振动进行分析, 得到了不同电压频率之下对铁芯振动的影响, 分析了电网中各次谐波对铁芯振动特性变化<sup>[7]</sup>。崔佳嘉等学者为了分析铁芯振动的分布情况, 建立了仿真模型, 得到了铁芯应力频率的分布情况<sup>[8]</sup>。纪炜等利用测振仪及声学成像系统对 1 台三相三柱式铁芯模型开展振动及分布特性试验, 得到了不同频率下的铁芯振动<sup>[9]</sup>。刘道生等学者通过搭建振动与噪声测试平台, 对铁芯在不同类型减振垫和绝缘绑扎工况下的振动特性进行了研究<sup>[10]</sup>。

综上所述, 国内外对于铁芯材料磁致伸缩振动进行了大量的研究<sup>[11-14]</sup>, 但是以往主要是对铁芯基频振动分析为主, 对于高频振动却研究较少, 亟待开展铁芯多频段的建模分析。为此本文主要是对变压器铁芯的磁致伸缩高频振动的研究做了分析, 耦合弹性力学与热力学的原理对其多频段振动的研究做出了理论模型分析, 通过电磁固三相耦合的磁致伸缩仿真与变压器的空载试验相结合, 验证了理论模型的正确性, 更加准确地描述铁芯磁致伸缩振动的实际情况。最后建立了铁芯松动模型, 得到了不同松动程度的振动信号, 并且利用奇异值分解的原理对变压器的铁芯松动故障信号进行诊断。

## 1 基于弹性力学-热力学的铁芯振动理论模型

在变压器的运行中会有电磁感应现象的存在<sup>[15-18]</sup>, 引起硅钢片之间的周期性振动。硅钢片产生形变后会有应变能的产生, 应变能与电磁力做功产生的能量相互转化, 铁芯受力是机械力与磁致伸缩力相互作用的合力<sup>[19-20]</sup>。在建立振动模型之前, 考虑一些因素, 磁致伸缩沿铁芯的不同方向发生形变, 因此在计算应变能时要去掉剪应力造成的影响; 其次由于硅钢片的厚度远小于其长度和宽度, 硅钢片的磁致伸缩应被视为弯曲问题的线性应变。根据弹性理论, 当变形发生时, 应变产生的能量会储存在硅钢片之中, 则应变能密度可以由下式表示:

$$W(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D}_1 \boldsymbol{\varepsilon} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{D}_1$  如式(2)所示, 其中  $a'$  如式(3)所示:

$$\mathbf{D}_1 = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & a' & a' \\ a' & 1 & a' \\ a' & a' & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$a' = \frac{\nu}{1-\nu} \quad (3)$$

式中:  $E$  为杨氏模量;  $\nu$  为泊松比;  $\boldsymbol{\varepsilon}$  为应变。

如果受到应力, 合力  $F$  产生的能量会转变为应变能。所以, 当磁场达到以正弦信号为基频的峰值时, 功率-能量转换方程为:

$$\int_V W(\boldsymbol{\varepsilon}) dV = \int_0^{\frac{h}{4}} \int_0^{\Delta l_x} F_x dl_x dt + \int_0^{\frac{h}{4}} \int_0^{\Delta l_y} F_y dl_y dt + \int_0^{\frac{h}{4}} \int_0^{\Delta l_z} F_z dl_z dt \quad (4)$$

式中:  $h$  为正弦磁场的周期;  $\Delta l$  为硅钢片长度的最大变化量; 下标  $x$  表示硅钢片侧面法向,  $y$  表示硅钢片正面法向,  $z$  表示硅钢片正面轴向。

从理论上说, 当力满足 Dirichlet 条件时, 可将力进行傅立叶级分解, 将其分解成不同频率下的分力, 更能精确描述磁致伸缩力, 如式(5)所示。

$$F_e = F_e \sin(2\omega t) + F_{e1} \sin(4\omega t) + F_{e2} \sin(6\omega t) + \dots = \sum_{i=1}^{2i} F_{ei} \sin(i\omega t) \quad (5)$$

式中:  $F_e$  是等效磁致伸缩力;  $F_{ei}$  为磁致伸缩不同频率下的力;  $\omega$  为频率。令  $\sigma A$  表示除磁致伸缩力以外其他合力, 那么合力  $F$  为:

$$F = \sigma A + F_e \quad (6)$$

由磁介质的热力学公式可以知道:

$$G(\sigma, B, T) = U - TS - \sigma \varepsilon \quad (7)$$

式中:  $T$  为温度;  $S$  为熵密度;  $G$  为单位体积的弹性自由能;  $U$  为内部能量密度;  $B$  为磁感应强度;  $\sigma$

为应力，则  $G(\sigma, B, T)$  的全微分就可以写成：

$$\varepsilon = -\frac{\partial G}{\partial \sigma}, H = \frac{\partial G}{\partial B} \tag{8}$$

经由热力学推导结合式(1)、(5)、(8)可得：

$$F = \sigma A + \frac{8}{h} \left( \int_V W(\varepsilon) dV \right) - \frac{h}{4} \sigma A \sum_{i=1}^{2i} \sin(i\omega t) \tag{9}$$

其中：

$$W(\varepsilon) = \frac{1}{2} \varepsilon^T D_1 \varepsilon \tag{10}$$

$$\varepsilon = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{\partial^{n+1} G}{\partial \sigma^{n+1}} \sigma^n \left( \frac{1}{2} \frac{\partial^3 G}{\partial \sigma \partial B^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^4 G}{\partial \sigma^2 \partial B^2} + \dots \right) B^2 - \frac{1}{4!} \left( \frac{\partial^5 G}{\partial \sigma \partial B^4} + \frac{\partial^5 G}{\partial \sigma^2 \partial B^4} \sigma + \dots \right) B^4 - \dots \tag{11}$$

在上述的推导过程中如图 1 所示，以磁致伸缩应变为中间变量，构建了铁芯振动的力与磁感应强度的关系，在铁芯磁致伸缩的振动中含有高频分量，证明了磁致伸缩在高频振动下的力  $F$  与磁感应强度  $B$  存在着明显的非线性关系，耦合弹性力学与热力学所建立的数学理论模型能更加准确地解析实际的铁芯振动。

## 2 铁芯磁致伸缩的多物理场耦合仿真

### 2.1 变压器多物理场几何模型的建立

在实际运行工况的电力变压器中，运行环境和

结构部件的装配都会对铁芯振动特性产生影响。所以在分析变压器铁芯的振动特性时，不考虑环境变化对整个变压器的影响，变压器铁芯被认为是刚性结构。假设在正常运行期间，变压器铁芯的机械振动不会导致变压器结构元件显著变形，也不会引起相对位移。

以 1 台 10 kV 油浸变压器为研究对象，其详细的三维结构图如图 2(a)所示，变压器铁芯通过上、下夹件和螺杆固定。从图 2(b)绕组俯视图中可以看出，变压器的一、二次绕组是沿铁芯柱绕制的，呈椭圆形。低压绕组线圈匝数少且线径大，分布在铁芯柱附近，高压绕组线圈匝数多、线径小，分布在外侧。

考虑到夹紧和固定件对于变压器铁芯而言影响较小，为了简化计算模型，在夹紧件和硅钢片之间的接触区域设置了适当的边界约束，简化模型，提高整体的计算速度。简化后的仿真模型如图 3(a)所示，对变压器的不同部分分别进行剖分，得到图 3(b)所示的结果。

### 2.2 基于多场耦合的有限元仿真计算及分析

由于铁芯柱内部磁通方向是铁芯柱所在空间的轴向且为硅钢片的轧制方向，所以对于铁芯柱而言主要考虑对铁芯横向磁致伸缩的影响。只考虑铁

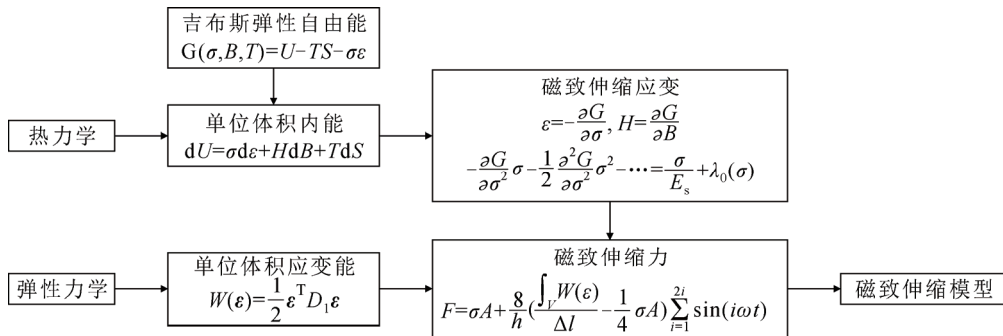


图 1 磁致伸缩理论模型示意图

Fig.1 Schematic diagram of the theoretical model of magnetostriction

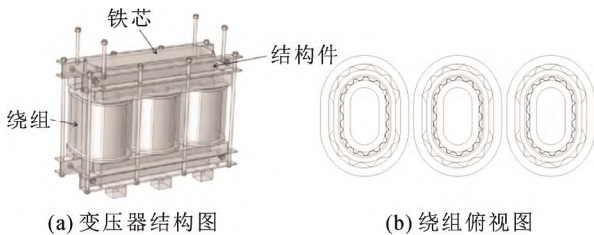


图 2 变压器模型图

Fig.2 Transformer model diagram

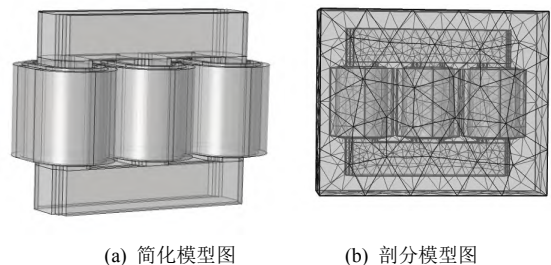


图 3 变压器仿真模型示意图

Fig.3 Schematic diagram of transformer simulation model

硅芯柱中由磁致伸缩产生的自激振动且为正磁致伸缩材料的钢片二维模型时, 如附录 A 图 A1 所示, 在沿着  $z$  方向(轧制方向)的主磁通作用下在铁芯柱上会产生沿着  $z$  方向的磁致伸缩力  $F_{z1}$  和沿着  $x$  方向(垂直轧制方向)的磁致伸缩力  $F_{x1}$ , 经磁致伸缩力的作用会产生如图 A1 的铁芯柱变形, 表征为横向磁致伸缩。

由于铁扼内部主磁通方向是铁扼所在空间的幅向且为硅钢片的轧制方向, 所以对于铁扼而言主要考虑幅向磁致伸缩力对铁扼振动的影响。只考虑铁扼中由磁致伸缩产生的自激振动且为正磁致伸缩材料的硅钢片二维模型时, 如附录图 A2 所示, 在沿着  $x$  方向的主磁通作用下在铁扼上会产生沿着  $x$  方向(磁化方向)的磁致伸缩力  $F_{x1}$  和沿着  $z$  方向(垂直磁化方向)的磁致伸缩力  $F_{z1}$ , 经磁致伸缩力的作用会产生如图 A2 的铁扼变形, 具体表征为沿着  $x$  方向的拉伸和沿着  $z$  方向的压缩。

综上所述, 如果在对电力变压器铁芯进行振动分析时, 针对铁芯柱部分主要对轴向受力进行分析, 针对铁扼部分主要对幅向受力进行分析。下面将铁芯柱和铁扼考虑成整体进行幅、轴向加速度数值分析。

应用多物理场耦合的方法, 通过电路模块将三相工频电压加入到变压器的仿真模型中, 由于铁芯的磁致伸缩现象是磁场与固体力学相互影响得到的结果, 存在磁场部分与固体力学双向耦合的现象, 在进行变压器磁致伸缩仿真时需要将电磁固三者一起耦合计算, 才可计算出正确的结果, 之后将仿真得出的结果作为激励源, 引入到磁致伸缩的计算之中, 进行铁芯的磁致伸缩振动的仿真。

对于变压器空载仿真模型的建立, 选择在低压侧施加三相工频电压, 高压侧开路, 对变压器的铁芯磁致伸缩振动, 进行电磁固多物理场耦合仿真。应用全耦合的方式对变压器的铁芯磁致伸缩进行仿真, 输入的变压器三相电压如图 4 所示, 各材料参数如表 1 所示。

多物理场耦合求解得到铁芯磁通密度分布如图 5(a)所示, 铁芯主磁路磁通密度最大可达 1.76 T, 且此时最大磁通密度集中在  $B$  相铁芯柱, 最小磁通密度为  $4.81 \times 10^{-4}$  T, 磁通密度最小的部分都集中在变压器铁芯的边缘处。图 5(b)是铁芯磁致伸缩形变图, 将主磁通的分布与形变分布进行对比分析得知,

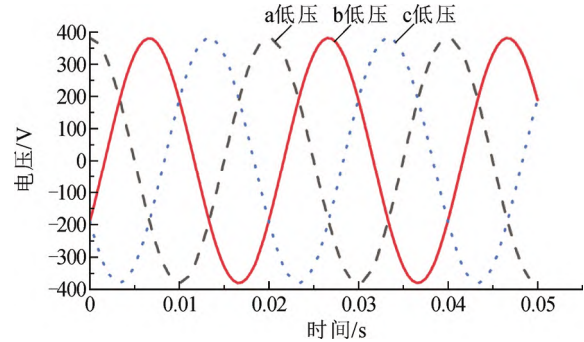


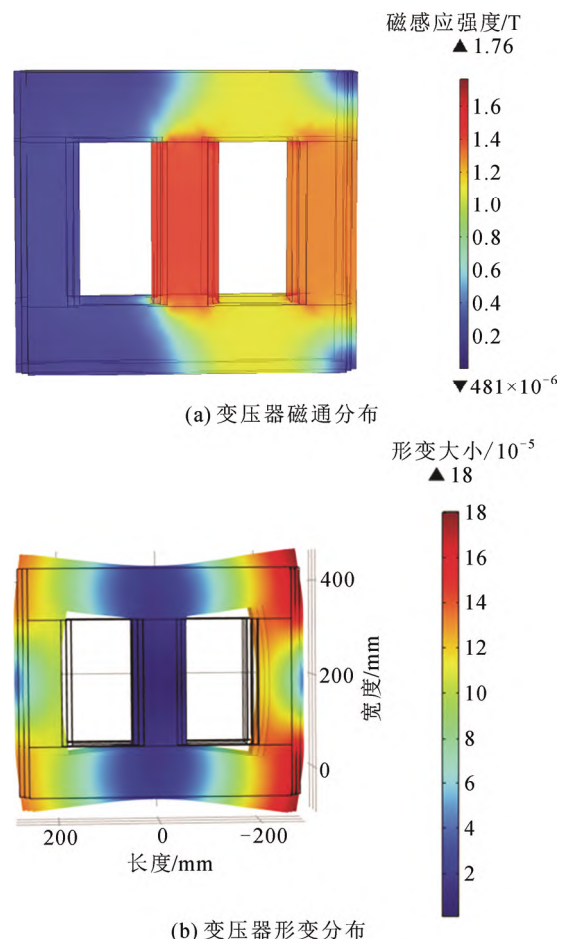
图 4 低压侧三相工频电压

Fig.4 Low-side three-phase power frequency voltage

表 1 变压器主要材料参数

Table 1 Main material parameters of transformer

材料名称	电导率/(S·m <sup>-1</sup> )	相对介电常数	密度/(kg·m <sup>-3</sup> )	泊松比
铁芯	0.1	1	7870	0.25
绕组	$5.998 \times 10^7$	1	3100	0.34



(b) 变压器形变分布

图 5 铁芯磁通密度分布与形变图

Fig.5 Core flux density distribution and deformation diagram

在沿着铁芯窗内主磁通的正方向, 铁芯硅钢片因受到磁致伸缩力的作用, 表现为沿着主磁通方向的伸

长形变和沿着垂直主磁通方向的压缩形变，铁扼表现为沿着  $x$  方向的拉伸和沿着  $z$  轴方向的压缩，铁芯柱表现为沿着  $z$  轴方向的拉伸和沿着  $x$  轴方向的压缩。因为磁致伸缩受主磁通影响的周期性变化，铁芯结构会发生周期性的伸长和缩短，引起铁芯的磁致伸缩位移，从而引起磁致伸缩振动。

得到仿真结果之后，对铁芯各处不同方向的振动加速度进行分析，其中图 5(b)中的纵横轴长度代表变压器铁芯的形变尺寸。由于铁芯是轴对称结构，为了便于分析，输出振动加速度数据点选择 A、B、C 这 3 个点，如图 6 所示，位置包括三相铁芯柱上部，中部，下部不同处的点位，分布在铁芯的 A、B、C 3 个相。选取的 3 个点可以更好地体现铁芯各处的振动，以及不同位置对铁芯振动的影响。

所选取的铁芯 A、B、C 各点位稳定运行时，不同的 3 个方向加速度分布的时域频域情况如图 7 所示。

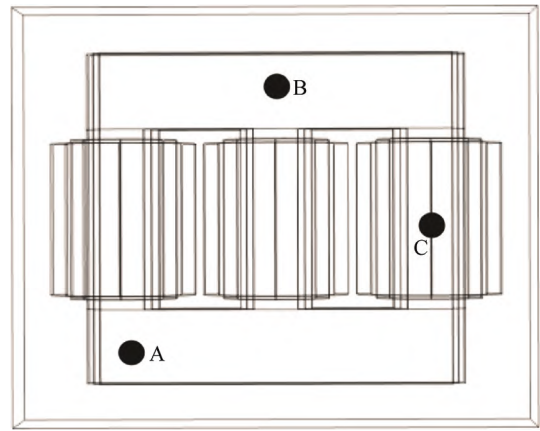


图 6 点位选取图

Fig.6 Point selection chart

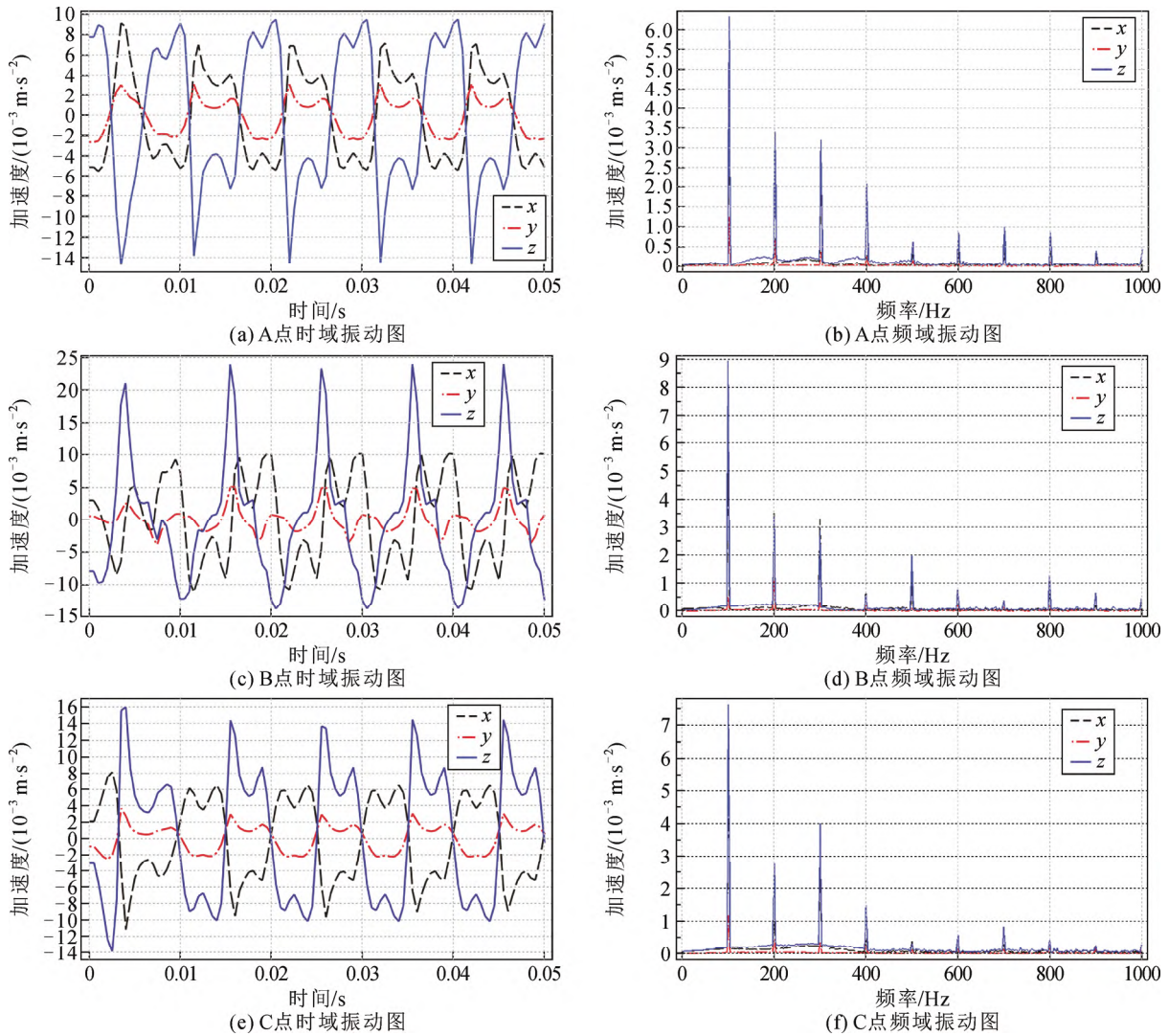


图 7 变压器各点加速度振动图

Fig.7 Vibration diagram of acceleration at various points of the transformer

由图 7 所示各点位稳定后的加速数据可知, 由于在铁芯上下端部施加了边界约束, 用来模拟实际变压器中夹件对铁芯的振动的约束作用。铁芯三相的振动信号大小分别为  $0.009$ 、 $0.023$ 、 $0.015 \text{ m/s}^2$ , 其中 B 相的振动最大, 这与之前的磁场强度的大小分布也相一致, 而且 A、B、C 三相的时域波形均存在着谐波分量, 说明高次的谐波分量也影响着铁芯的整个振动的状况。而且上述图中的加速度振动信号所示的 A、C 2 点, 该处的振动特点表现为  $z$  方向振动大于  $x$ 、 $y$  方向上的振动, 其次  $x$  方向的振动速度也明显大于  $y$  方向的, 这表明铁芯的磁致伸缩以长度方向的磁致伸缩为主, 体积方向的磁致伸缩微小, 对整个铁芯的振动影响不大。

计算得到了  $0\sim 600 \text{ Hz}$  频率下的铁芯磁致伸缩振动, 从变压器的频谱图可以看出在  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向上, 铁芯振动加速度信号均以  $100 \text{ Hz}$  为主, 但是在  $200\sim 600 \text{ Hz}$  处也有振动的存在。在 A 点处高频振动在  $0.0035\sim 0.001 \text{ m/s}^2$  之间, B 点高频振动在  $0.004\sim 0.001 \text{ m/s}^2$  之间, C 点高频振动在  $0.004\sim 0.0005 \text{ m/s}^2$  之间, 对整个的铁芯振动有较强的影响。

图 8 是不考虑弹性力学-热力学模型的影响的下仿真得出的振动, 通过 2 种不同的仿真振动结果可以看出, 尽管两者都满足横向磁致伸缩明显大于体积磁致伸缩的现象, 即  $x$ 、 $z$  方向上的振动大于  $y$  方向上的振动, 但是考虑了弹性力学-热力学的仿真中高频分量明显增多, 更能准确地分析出铁芯磁致伸缩的实际振动工况。

### 3 电力变压器空载铁芯磁致伸缩的振动试验

#### 3.1 变压器空载铁芯磁致伸缩振动监测平台搭建

为了准确地采集变压器铁芯磁致伸缩振动信号, 高效完成试验, 本文针对 1 台  $10 \text{ kV}$  变压器, 搭建了 1 套完整的变压器铁芯磁致伸缩振动信号采集平台, 如图 9 所示, 主要设备包括传感器模块、同步采样模块计算机端信号分析软件等, 监测系统与传感器之间采用 IEPE 高强度线缆进行信号传输, 信号分析仪通过 DH5902N 网线与计算机端保持连接。通过开发的专用测试软件对监测到的数据进行采集和处理。

为保证仿真与试验的一致性, 需要在变压器的本体上进行铁芯空载磁致伸缩试验的测量, 保证试验结果的严谨性。首先需要将变压器进行吊芯操作,

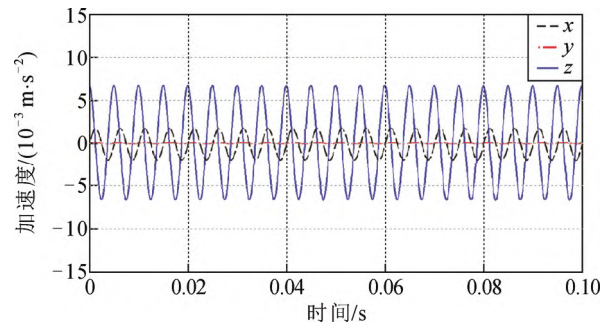


图 8 不考虑弹性力学-热力学模型的振动时域图

Fig.8 Vibration time domain plot without considering the elastic-thermodynamic model

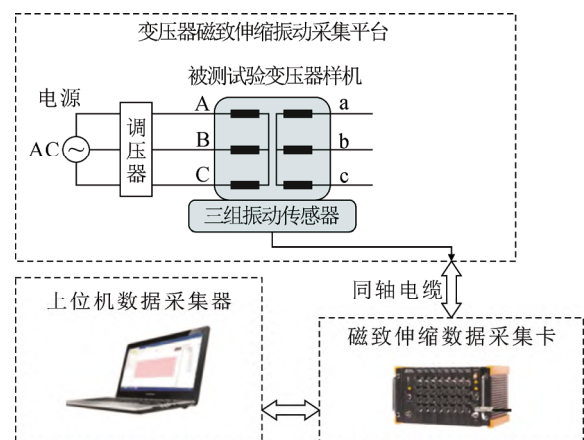


图 9 变压器铁芯磁致伸缩振动采集

Fig.9 Magnetostrictive vibration acquisition of transformer core

在变压器铁芯上的 A、B、C 相的不同位置上, 进行布点测量, 测点图如图 10 所示, 试验变压器的参数如表 2 所示。对变压器的铁芯振动进行检测, 实际的变压器结构和接线过程如图 9 所示, 接线以及测点布置完成之后, 待变压器处于稳定运行状态后, 对变压器的铁芯振动信号进行测量。

#### 3.2 铁芯磁致伸缩振动信号分析

通过搭建的变压器铁芯磁致伸缩空载振动采集试验平台, 对采集到的振动信号进行数据分析处理, 得到结果如图 11 所示。

由于 C 相与 B 相的高频分布在数值上相接近, 以 A、C 两相为例对变压器铁芯柱 A、C 两相各点的振动频谱图分析, 如图 12、13 所示, 变压器振动信号虽然主要集中在  $100 \text{ Hz}$ , 但是在  $0\sim 500 \text{ Hz}$  的振动信号也较为明显。振动信号的最大值出现在 A、C 两相的顶部位置, 为  $0.004 \text{ m/s}^2$ ; 最小值均出现在 A、C 两相的上端位置, 为  $0.0002 \text{ m/s}^2$ 。从图 12 可

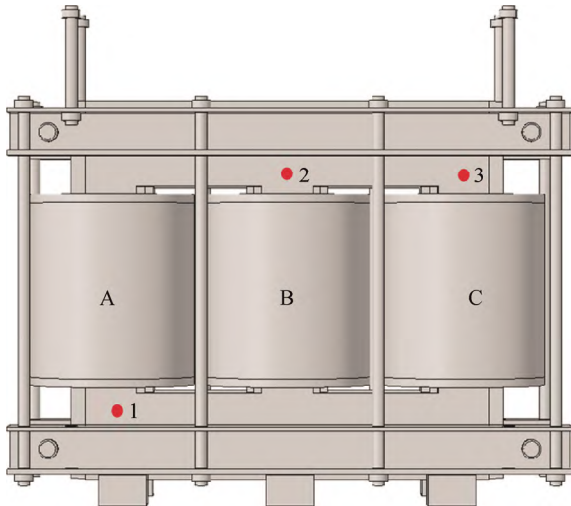


图 10 变压器试验吊芯结构及测点分布

Fig.10 Transformer test core structure and measurement point distribution

表 2 试验变压器参数

Table 2 Test transformer parameters

参数	数值
额定容量/kVA	200
额定电压/kV	10/0.4
额定电流/A	11.55/288.7
联接组标号	Dyn11
短路阻抗/%	3.97

见, A、B 两相时域图可以看出, 尽管振动信号是明显的周期变化信号, 时域信号最大的振动加速度分别为  $0.009 \text{ m/s}^2$  和  $0.0023 \text{ m/s}^2$ , 但是也存在着大量的其他谐波振动信号, 说明高频振动也会影响变压器铁芯的正常运行工况, 所以对于磁致伸缩的高频参量分析是很有必要的, 不可忽略高频信号对变压器振动的影响。

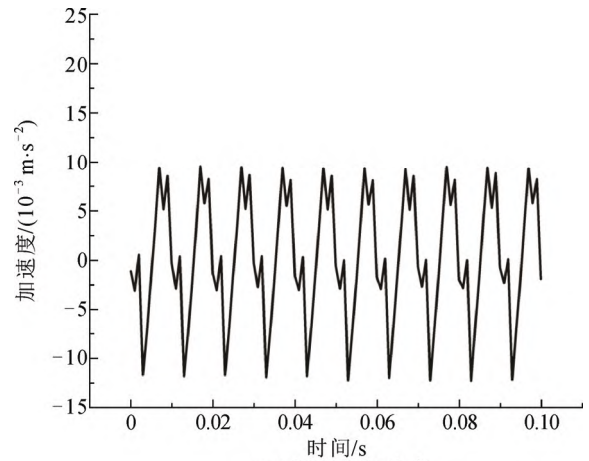
图 14 为 A、B 两相的时域对比图, 可以看出仿真得到的结果与试验的结果基本相同, 验证了多物理场仿真结果的准确性, 能够表征铁芯空载状态下的磁致伸缩振动。

在附录图 A3 中可以看到, 将对比的时间域缩短进行局部放大处理, 可知 A 相中仿真与试验的结果均为  $0.009 \text{ m/s}^2$ , B 相中仿真与试验的结果均为  $0.023 \text{ m/s}^2$ , 整体上试验与仿真结果的大小和特征基本相同。

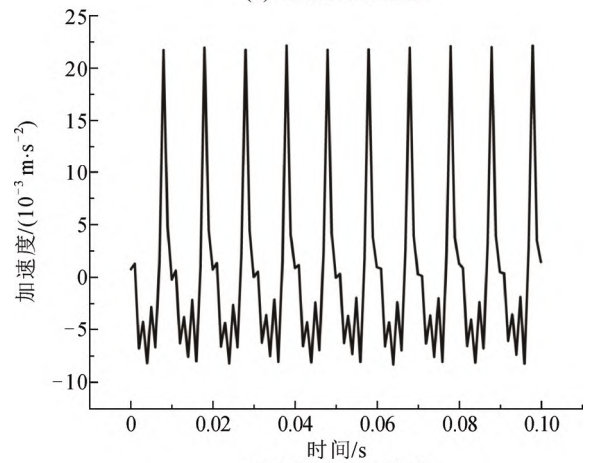
## 4 铁芯松动故障仿真与故障诊断

### 4.1 铁芯不同松动故障仿真及分析

为展现不同松动故障下的铁芯振动特性, 在之



(a) A相底部加速度



(b) B相顶部加速度

图 11 实测振动时域图

Fig.11 Time domain diagram of measured vibration

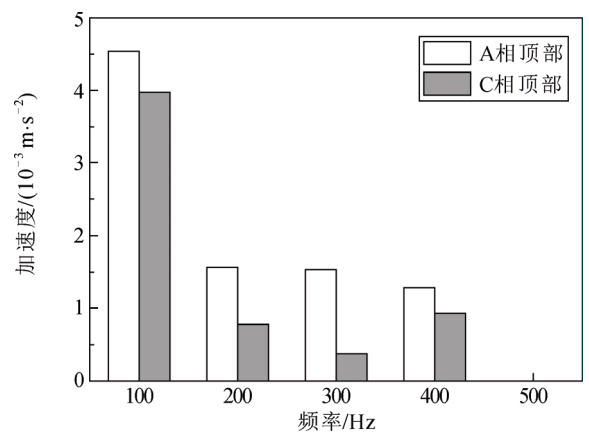


图 12 AC 相顶部频率分布图

Fig.12 AC phase top frequency histogram

前的研究中可以看出, 正常的空载仿真模型与试验的数据结果相符, 可以用来表征正常工况下的铁芯振动, 所以在原有的正常仿真的模型基础之上, 通过改变铁芯材料中杨氏模量值, 对铁芯的松动故障进行仿真, 为后续的铁芯松动故障研究提供依据。

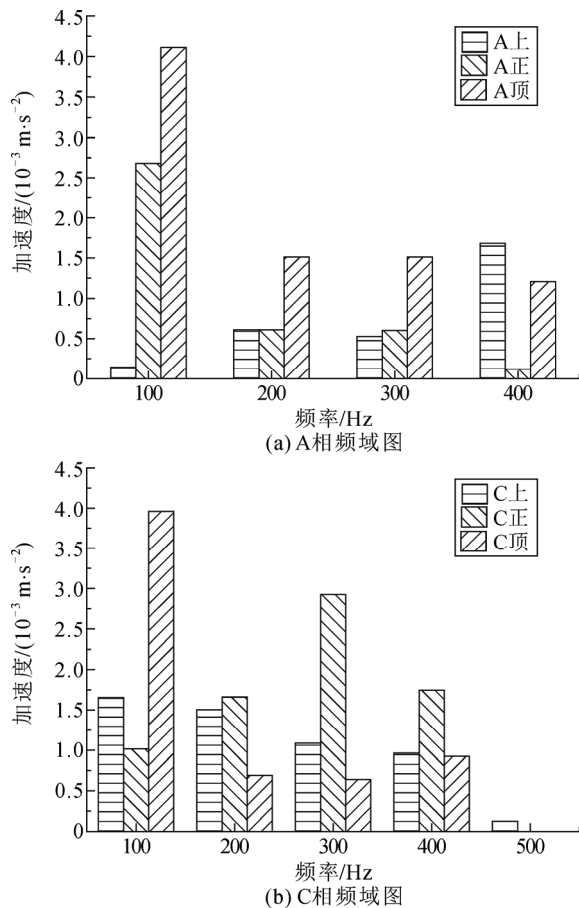


图 13 AC 两相振动频谱图

Fig.13 AC two-phase vibration spectrum

实际中由于紧固螺栓的预紧力减小, 铁芯叠片之间的空隙也逐渐增大, 导致铁芯的松动程度加剧。而仿真模型中, 同样是根据改变预紧力的大小, 来模拟铁芯的松动故障。由胡克定律  $E\varepsilon = \sigma$  可知, 通过改变铁芯叠片的杨氏模量可以改变铁芯预紧力, 杨氏模量的大小会影响应力的变化, 所以本文中通过改变杨氏模量, 影响铁芯的预紧力, 进而模拟出铁芯的松动故障, 通过改变不同大小的杨氏模量, 可以模拟出不同松动程度下的铁芯松动故障。

在常规情况下铁芯的杨氏模量为  $200 \times 10^9 \text{ Pa}$ , 将铁芯的杨氏模量改为  $100 \times 10^7 \text{ Pa}$  用来模拟铁芯的 50% 松动, 去掉变压器铁芯的上下夹紧件的约束, 来模拟铁芯的 100% 松动, 通过上述操作来模拟不同的松开工况, 取相同测点下的铁芯表面振动, 计算结果如图 15 所示。

图 15 表示的是同一测点、不同松动程度下的铁芯振动, 正常时的铁芯振动加速度在  $0.016 \text{ m/s}^2$  左右, 50% 松动的铁芯振动加速度在  $0.18 \text{ m/s}^2$  左右, 100% 的铁芯振动加速度在  $0.7 \text{ m/s}^2$  左右。图 16 是

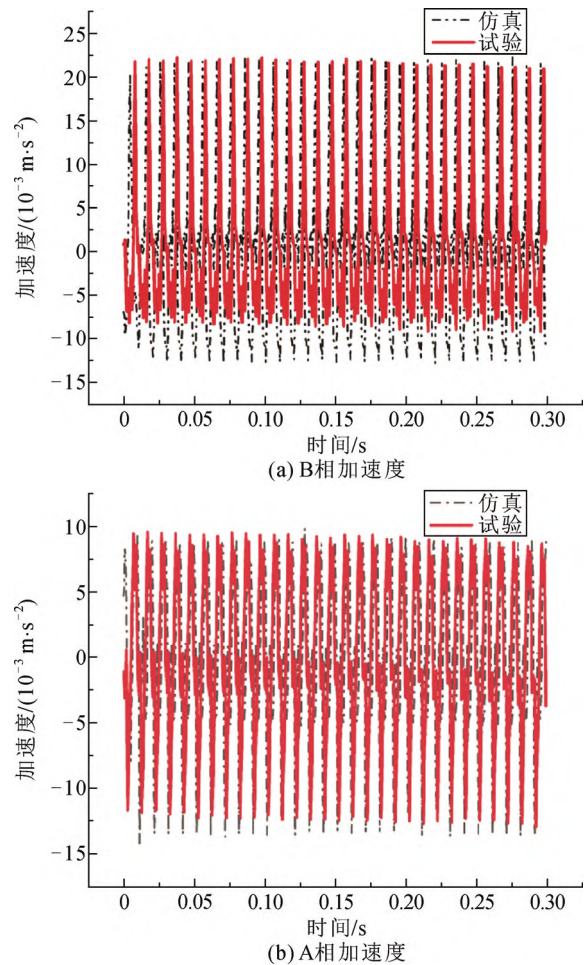


图 14 仿真试验对比时域图

Fig.14 Time domain diagram for comparison of simulation tests

不同松动程度的时域对比图, 可看出当铁芯发生松动时振动明显升高。当铁芯发生松动故障时, 与正常的仿真模型相比, 振动信号大约增大了 10 倍, 而且当铁芯发生 50% 松动时, 高频振动也越来越剧烈。随着铁芯松动的逐渐增大, 振动的最大值也在不断增大, 当铁芯达到完全松动时, 可以明显看见振动的波形发生明显变化, 高频分量也越来越, 振动幅值达到  $0.7 \text{ m/s}^2$  左右。

图 17 是铁芯不同松动程度的频域分布, 可见随着铁芯松动程度的不断加深, 高频振动的分量也明显增多——在正常振动的情况下, 高频分量仅在 600 Hz 左右; 部分故障时的高频分量达到了 800 Hz; 完全松动的高频分量达到了 1000 Hz。此外可以看出在相同的频率之下, 随着松动程度的增加, 振动加速度逐渐增大, 而且随着松动程度的不断加深, 铁芯的振动频率也在逐渐增加。

从图 17 可见, 当变压器发生铁芯的松动故障



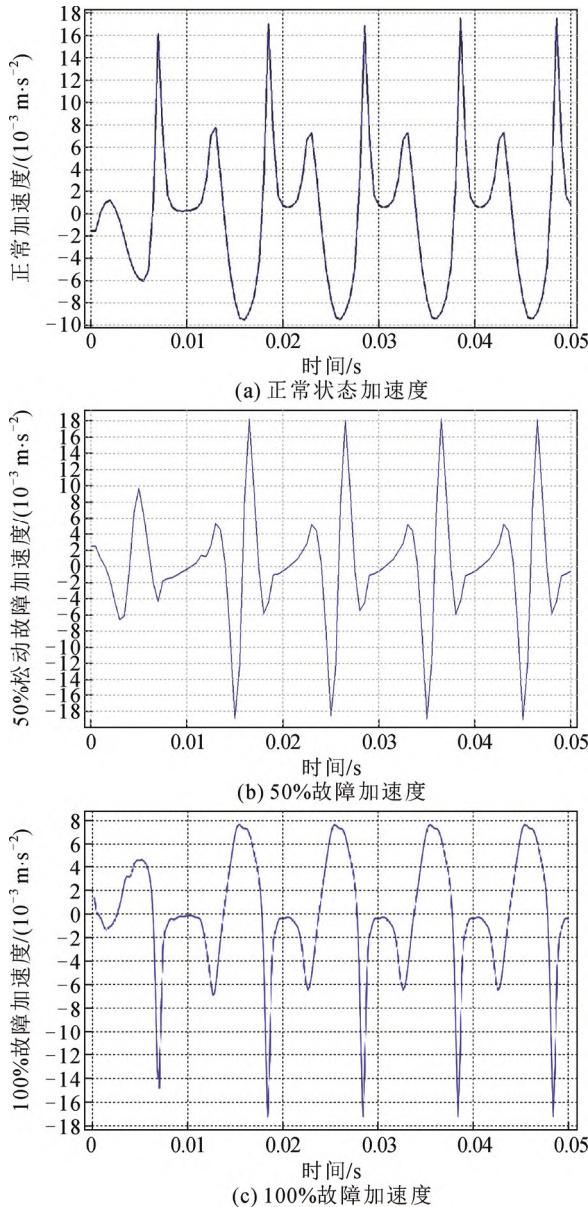


图 15 不同松动状态下的振动时域图

Fig.15 Time domain diagrams of vibration under different loosening states

时振动数值与正常情况相比明显增大，尤其是铁芯振动的高频分量明显增多。由此可以看出，当铁芯发生铁芯松动故障时，铁芯的高频分量会增加。因此铁芯振动的高频分量是否有明显的增加，也可以作为判别铁芯是否发生故障的标准。

#### 4.2 基于奇异值分解方法的松动故障诊断

为监测变压器的运行状态、分析铁芯松动的状态下振动及正常运行状态下的振动数据、研究变压器铁芯松动后的变化趋势，针对上述得到的松动仿真数据，建立了以奇异值分解为基础的铁芯松动故障的诊断方法，同时引入方差用来判别铁芯是否发生故障。

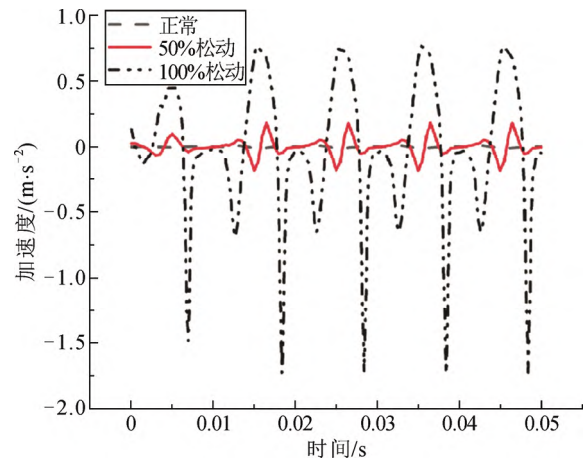


图 16 不同松动程度对比图

Fig.16 Comparison of different degrees of looseness

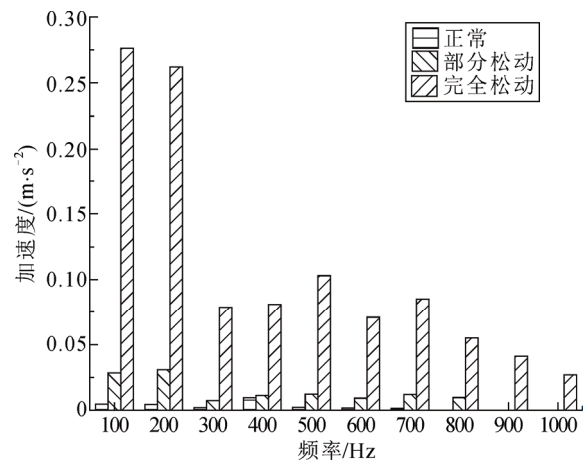


图 17 各不同松动状态频谱图

Fig.17 Spectrum of different loosening states

对于任意实矩阵  $A \in R^{m \times n}$ ，存在正交矩阵  $U \in R^{m \times m}$  和  $V \in R^{n \times n}$ ，使得式(12)成立，即：

$$A = UDV^T \tag{12}$$

式中： $D = \text{diag}((\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_r), \mathbf{O})$ ； $\mathbf{O}$  为零矩阵； $D$  为对角； $\delta_r$  为矩阵  $A$  的第  $r$  个奇异值。

奇异值分解(singular value decomposition, SVD)可表示为  $r$  个秩为 1 的  $m \times n$  阶子矩阵和的形式，如式(13)所示。

$$A = \sum_{i=1}^r \delta_i \mu_i \nu_i^T = \sum_{i=1}^r \delta_i A_i \tag{13}$$

式中： $\mu_i$  和  $\nu_i$  分别为矩阵  $A$  的第  $i$  列向量； $\delta_i$  为矩阵  $A$  的第  $i$  个奇异值； $A_i$  为第  $i$  次奇异值分解构成的信号矩阵。

式(13)表明，矩阵  $A$  可以被分解成相互正交的子矩阵。基于相空间重建的理论，信号  $y(k)$

( $k=1,2,\dots,N$ )构造了它的Hankel矩阵。

设离散信号 $\mathbf{Y}=[y(1),y(2),\dots,y(N)]$ ,根据上述信号可以搭建Hankel矩阵

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} y(1) & y(2) & \dots & y(n) \\ y(2) & y(3) & \dots & y(n+1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y(N-n+1) & y(N-n+2) & \dots & y(N) \end{bmatrix}$$

满足:  $1 < n < N$ , 令  $m = N - n + 1$ , 则  $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ , 利用SVD分解使信号分离, 将式(12)写成用列向量 $\mathbf{u}_i$ 和 $\mathbf{v}_i$ 表示, 如式(14)所示。其中,  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_q$ 为分解后的奇异值,  $\mathbf{u}_i \in \mathbf{R}^{m \times 1}, \mathbf{v}_i \in \mathbf{R}^{n \times 1}, i=1,2,\dots, q = \min(m, n)$ 。

$$\mathbf{A} = \sigma_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{v}_1^T + \sigma_2 \mathbf{u}_2 \mathbf{v}_2^T + \dots + \sigma_q \mathbf{u}_q \mathbf{v}_q^T \quad (14)$$

令 $\mathbf{A}_i = \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T$ , 则 $\mathbf{A}_i \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 。由Hankel矩阵的搭建步骤可知, 只要将 $\mathbf{A}_i$ 的第1个行向量 $\mathbf{S}_{i1}$ 和1个子信号 $\mathbf{S}_i$ , 由 $\mathbf{A}_i$ 最后1个列向量中第2行至 $m$ 行元素组成的向量组成的向量 $\mathbf{H}_{in}$ , 写成向量形式为:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{S}_i = (\mathbf{S}_{i1}, \mathbf{H}_{in}^T), \mathbf{S}_{i1} \in \mathbf{R}^{1 \times n}, \mathbf{H}_{in} \in \mathbf{R}^{(m-1) \times 1} \\ \mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} y_i(1) & y_i(2) & \dots & y_i(n) \\ y_i(2) & y_i(3) & \dots & y_i(n+1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_i(N-n+1) & y_i(N-n+2) & \dots & y_i(N) \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (15)$$

设 $\mathbf{A}_i$ 用行向量 $\mathbf{S}_{i1}, \mathbf{S}_{i2}, \dots, \mathbf{S}_{ik}, \dots, \mathbf{S}_{im}$ 表示,  $\mathbf{S}_{ik} \in \mathbf{R}^{1 \times n}$ ; 而Hankel矩阵 $\mathbf{A}$ 用行向量 $\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \dots, \mathbf{Y}_k, \dots, \mathbf{Y}_m$ 表示,  $\mathbf{Y}_k \in \mathbf{R}^{1 \times n}$ , 则根据式(14)有:

$$\mathbf{Y}_1 = \mathbf{S}_{11} + \mathbf{S}_{21} + \dots + \mathbf{S}_{q1} \quad (16)$$

而对于 $\mathbf{A}_i$ 中的列向量 $\mathbf{H}_{in}$  ( $\mathbf{H}_{in} \in \mathbf{R}^{(m-1) \times 1}$ ), 设 $\mathbf{A}$ 中对应的列向量用 $\mathbf{I}_n$ 来表示( $\mathbf{I}_n \in \mathbf{R}^{(m-1) \times 1}$ ), 根据式(14)可知,  $\mathbf{I}_n$ 显然等于所有 $\mathbf{A}_i$ 中的相应列向量 $\mathbf{H}_{in}$ 叠加, 其转置同样也满足此叠加关系, 即:

$$\mathbf{I}_n^T = \mathbf{H}_{1n}^T + \mathbf{H}_{2n}^T + \dots + \mathbf{H}_{qn}^T \quad (17)$$

因此依据Hankel矩阵构造方法, 原信号 $\mathbf{Y}$ 可用 $\mathbf{Y} = (\mathbf{Y}_1 \mathbf{I}_n^T)$ 来表示, 子信号 $\mathbf{S}_i$ 也可用 $\mathbf{S}_i = (\mathbf{S}_{i1}, \mathbf{H}_{in}^T)$ 表示, 因此所有子信号的和可写为:

$$\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \dots + \mathbf{S}_q = (\mathbf{S}_{11} + \mathbf{S}_{21} + \dots + \mathbf{S}_{q1}, \mathbf{H}_{1n}^T + \mathbf{H}_{2n}^T + \dots + \mathbf{H}_{qn}^T)$$

而根据式(8)、(9), 可以将上式的右边改写为:

$$\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \dots + \mathbf{S}_q = (\mathbf{Y}_1, \mathbf{I}_n^T)$$

即

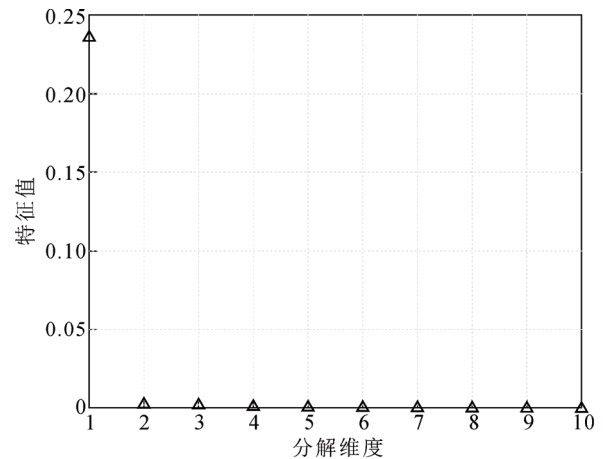
$$\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \dots + \mathbf{S}_q = \mathbf{Y} \quad (18)$$

这种方法可以保证分离出来的子信号与原始信号保持相同的相位, 即它们的相位转移为0。SVD信号重建方法也很重要, 因为它可以通过选择一些成分并进行简单的叠加来提取信号特征。

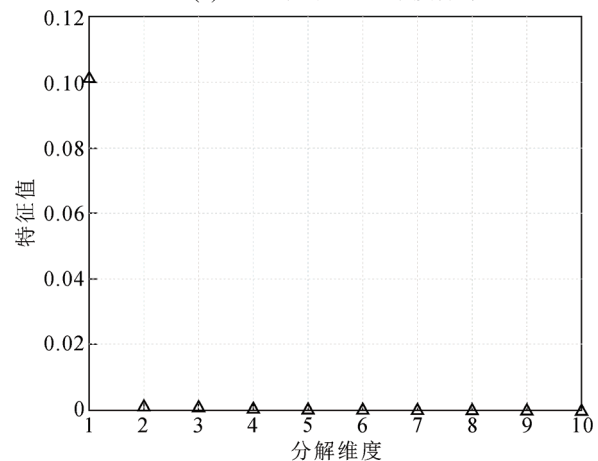
为了验证SVD算法对数值模拟分类的准确性, 开展了不同电压下的现场空载试验, 用100%额定电压与50%额定电压下的铁芯振动分别进行分析, 将所测得的数据导入得到如图18所示。

通过SVD分解算法对400V正常空载状态下的振动信号进行分解, 得到方差为0.0747, 同时对200V空载状态下的振动信号进行分解, 得到方差为0.0337。通过对2组不同电压下的振动信号进行SVD分解, 可以明显看出该SVD分解算法可以较为准确地对得到的不同状态下的振动信号进行分类, 可以通过SVD的方差大小对数据的类型进行分类处理, 对后续的故障信号分类处理也能有较为准确的检验。

对得到的铁芯不同状态下的振动信号通过式(12)进行奇异值分解, 并将代表固定频率干扰信号



(a) 400 V下的Hankel维度分布



(b) 200 V下的Hankel维度分布

图18 SVD算法数值模拟分类

Fig.18 Numerical simulation classification of SVD algorithm

的奇异值设为 0; 然后通过式(13)重建矩阵, 并将相应的矩阵项加在一起, 得到图 19 的算法分布图。

式(19)对采取到的 10 个不同维度下的 SVD 分解值进行计算, 得到不同松动程度的方差计算结果, 通过得到的方差结果对不同松动程度下的振动信号进行诊断, 其中  $E_1$  表示方差。

$$E_1(x) = \sigma^2 = \sum (x - \mu)^2 f(x) \quad (19)$$

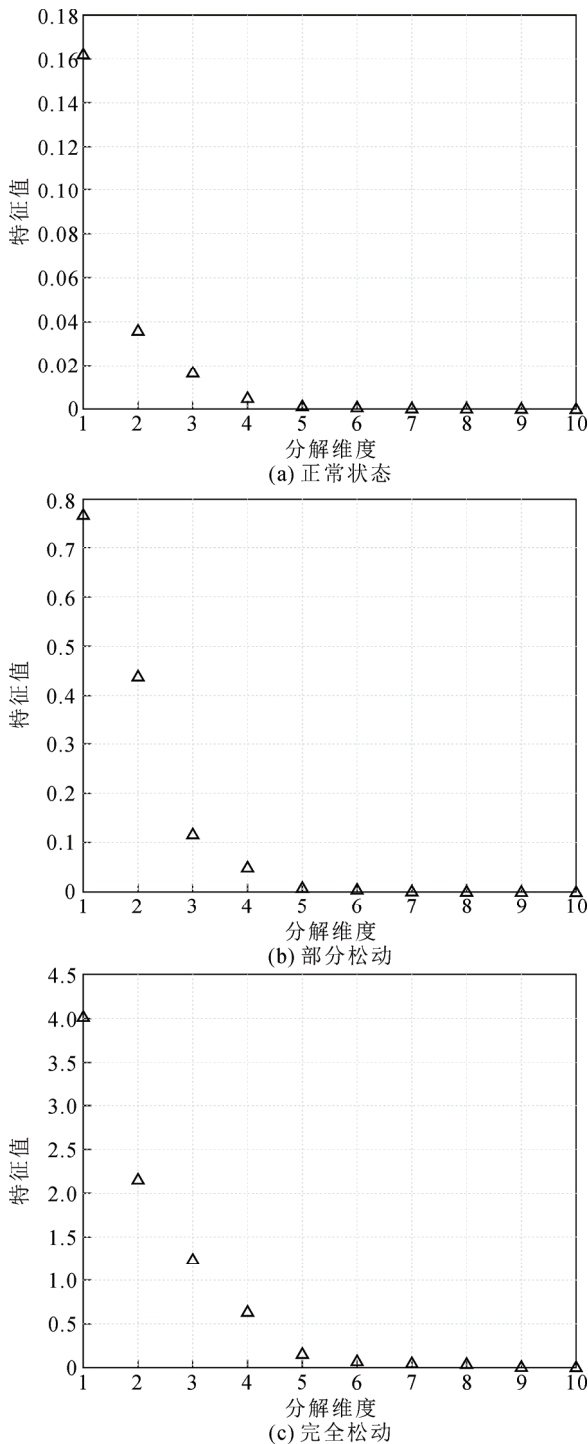


图 19 不同松动状态下的 SVD 算法分布

Fig.19 Distribution of SVD algorithm for different loosening states

利用不同松动程度下的振动信号奇异值分解值进行方差计算, 得到的方差计算结果如图 20 所示。当变压器铁芯正常运行时, 得到的 SVD 方差为 0.0524, 当铁芯部分松动时其 SVD 方差为 0.2822, 当变压器铁芯完全松动时, 其 SVD 方差就已经达到了 1.5059。可以看出随着铁芯松动程度的不断加深, 各个状态下的 SVD 值的方差不断增大, 因此可以通过 SVD 值大小来判断变压器铁芯的松动情况。

### 5 结论

1) 利用应变耦合弹性力学应力与热力学的弹性自由能, 建立了能够涵盖低频与高频的多频段磁致伸缩振动模型。改变仿真中的杨氏模量, 与数学模型相结合, 得到了振动的多频段信号, 验证了数学模型的可靠性。

2) 搭建了 1 套完整的磁致伸缩振动信号采集平台, 研制了 1 台实际的样机, 开展了变压器的空载振动监测试验。得到 A、B 两相时域的试验结果分别是 0.009、0.023 m/s<sup>2</sup>; 仿真结果是 0.009、0.023 m/s<sup>2</sup>, A、B 两相的仿真与试验相一致, 验证了仿真的可靠性。

3) 建立了在正常、部分松动、完全松动状态下的铁芯故障振动。得到了正常、部分松动、完全松动的最高频率分别为 600、800、1000 Hz; 振动幅值为 0.003 49、0.027 55、0.2757 m/s<sup>2</sup>。

4) 建立了 SVD 分解矩阵算法, 引入方差计算得出正常、铁芯部分松动、铁芯完全松动的方差分别为 0.0524、0.2822、1.5059, 证明了此方法可以有效地诊断铁芯的松动故障。

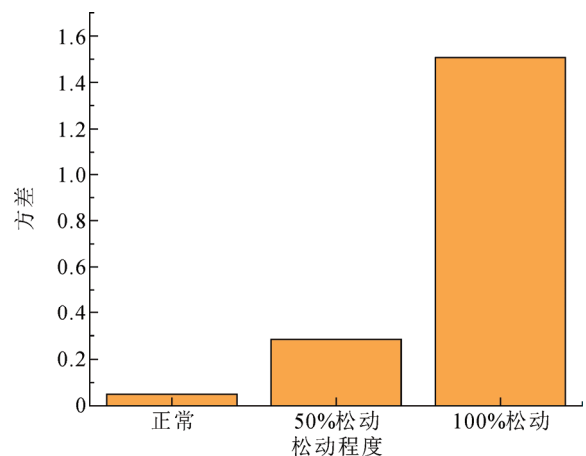


图 20 不同松动程度方差对比图

Fig.20 Variance comparison chart with different degrees of looseness

附录见本刊网络版(<http://hve.epri.sgcc.com.cn>)。

## 参考文献 References

- [1] 曹辰, 徐博文, 李辉. 基于振动与电抗信息的变压器绕组形变状态综合监测方法[J]. 高电压技术, 2022, 48(4): 1518-1530.  
CAO Chen, XU Bowen, LI Hui. Composite monitoring method for the state of transformer winding deformation based on vibration and reactance information[J]. High Voltage Engineering, 2022, 48(4): 1518-1530.
- [2] 曹辰, 林莘, 李辉, 等. 电力变压器绕组变形状态信息融合评估方法[J]. 高电压技术, 2018, 44(4): 1107-1113.  
CAO Chen, LIN Xin, LI Hui, et al. Method for state evaluation of transformer winding deformation based on information fusion[J]. High Voltage Engineering, 2018, 44(4): 1107-1113.
- [3] 童轶, 祝全乐, 贺立, 等. 直流偏磁对换流变压器运行影响分析[J]. 高电压技术, 2021, 47(6): 2206-2213.  
TONG Yi, ZHU Quanle, HE Li, et al. Analysis on DC bias impact on converter transformers operation[J]. High Voltage Engineering, 2021, 47(6): 2206-2213.
- [4] 张冰倩, 咸日常, 于洋, 等. 匝间短路故障下电力变压器绕组的物理特征分析[J]. 高电压技术, 2021, 47(6): 2177-2185.  
ZHANG Bingqian, XIAN Richang, YU Yang, et al. Analysis of physical characteristics of power transformer windings under inter-turn short circuit fault[J]. High Voltage Engineering, 2021, 47(6): 2177-2185.
- [5] 顾晓安, 沈荣瀛, 许庆新, 等. 铁磁质在磁场中所受磁场力的数学模型[J]. 上海交通大学学报, 2003, 37(5): 794-797.  
GU Xiaohan, SHEN Rongying, XU Qingxin, et al. Mathematical model of magnetic forces in ferromagnetic materials under magnetization[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2003, 37(5): 794-797.
- [6] 吴晓文, 张壮壮, 祝令瑜, 等. 负载因素对10 kV三相油浸式配电变压器振动特性影响的仿真研究[J]. 高压电器, 2022, 58(10): 106-115.  
WU Xiaowen, ZHANG Zhuangzhuang, ZHU Lingyu, et al. Simulation research on influence of load factors on vibration characteristics of 10 kV three phase oil immersed distribution transformer[J]. High Voltage Apparatus, 2022, 58(10): 106-115.
- [7] 王青, 李怡, 林焱, 等. 电力变压器铁心振动特性分析[J]. 电气工程学报, 2022, 17(1): 114-121.  
WANG Qing, LI Yi, LIN Yan, et al. Analysis on vibration problems in transformer core[J]. Journal of Electrical Engineering, 2022, 17(1): 114-121.
- [8] 崔佳嘉, 马宏忠, 李楠, 等. 基于COMSOL的变压器铁心振动声场分布的有限元仿真[J]. 电子测量与仪器学报, 2022, 36(4): 48-55.  
CUI Jiajia, MA Hongzhong, LI Nan, et al. Simulation and analysis of vibration and noise of oil immersed transformer core based on COMSOL[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022, 36(4): 48-55.
- [9] 纪炜, 刘建戈, 陆伟锋, 等. 变压器铁心振动及分布特性研究[J]. 高压电器, 2023, 59(1): 134-141.  
JI Wei, LIU Jiange, LU Weifeng, et al. Research on vibration and distribution characteristics of transformer core[J]. High Voltage Apparatus, 2023, 59(1): 134-141.
- [10] 刘道生, 钟伟, 李家晨, 等. 非晶合金油浸式变压器振动特性与噪声分析[J]. 变压器, 2022, 59(11): 22-27.  
LIU Daosheng, ZHONG Wei, LI Jiachen, et al. Vibration characteristics and noise analysis of amorphous alloy oil-immersed transformer[J]. Transformer, 2022, 59(11): 22-27.
- [11] 王志敏, 顾文业, 顾晓安, 等. 大型电力变压器铁心电磁振动数学模型[J]. 变压器, 2004, (6): 1-6.  
WANG Zhimin, GU Wenyue, GU Xiaohan, et al. Mathematical model for electromagnetic vibration in large power transformer cores[J]. TRANSFORMER, 2004, (6): 1-6.
- [12] HILGERT T, VANDELDELDE L, MELKEBEEK J. Comparison of magnetostriction models for use in calculations of vibrations in magnetic cores[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2008, 44(6): 874-877.
- [13] 吴书煜, 汲胜昌, 孙建涛, 等. 在运换流变压器振动监测及其变化规律[J]. 高电压技术, 2022, 48(4): 1561-1570.  
WU Shuyu, JI Shengchang, SUN Jiantao, et al. Vibration monitoring and variation law of converter transformer in operation[J]. High Voltage Engineering, 2022, 48(4): 1561-1570.
- [14] 吴胜男, 唐任远, 韩雪岩, 等. 磁致伸缩引起的非晶合金铁心振动解析计算及影响因素[J]. 电工技术学报, 2016, 31(20): 73-82.  
WU Shengnan, TANG Renyuan, HAN Xueyan, et al. Analytical calculation and influence factors of vibration in amorphous metal cores[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 31(20): 73-82.
- [15] 罗兵, 王婷婷, 贾磊, 等. 基于镜像磁场和动力学模型的变压器负载振动噪声数字孪生模型研究[J]. 高压电器, 2022, 58(7): 141-148.  
LUO Bing, WANG Tingting, JIA Lei, et al. Investigation of digital twin model of transformer load vibro-acoustic characteristics based on the image method and dynamic model[J]. High Voltage Apparatus, 2022, 58(7): 141-148.
- [16] 祝丽花, 王斌, 刘松, 等. 不同负载对干式变压器电磁振动的的影响分析[J]. 电工技术学报, 2018, 33(7): 1599-1606.  
ZHU Lihua, WANG Bin, LIU Song, et al. Research on electromagnetic vibration of dry type transformer under different types of load[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2018, 33(7): 1599-1606.
- [17] 陈彬, 陈健, 梁旭, 等. 大功率中频三相变压器绕组和铁芯谐波损耗模型[J]. 高电压技术, 2022, 48(8): 3119-3131.  
CHEN Bin, CHEN Jian, LIANG Xu, et al. Harmonic loss model of winding and core of high-power three-phase medium-frequency transformer[J]. High Voltage Engineering, 2022, 48(8): 3119-3131.
- [18] 江进波, 王佳栋, 程廷强, 等. 基于场路耦合方法的100 kV脉冲变压器设计与磁饱和特性[J]. 高电压技术, 2022, 48(12): 4893-4903.  
JIANG Jinbo, WANG Jiadong, CHENG Tingqiang, et al. Design of a 100 kV pulse transformer based on field-circuit coupling method and its magnetic saturation characteristics research[J]. High Voltage Engineering, 2022, 48(12): 4893-4903.
- [19] 张煦, 曹辰, 路敦林, 等. 基于电-磁-结构多信息耦合的变压器振动特性仿真与试验[J]. 变压器, 2023, 60(7): 51-58.  
ZHANG Xu, CAO Chen, LU Dunlin, et al. Simulation and testing of transformer vibration characteristics coupling of multiple information based on electromagnetic structure[J]. Transformer, 2023, 60(7): 51-58.
- [20] 袁耀, 赵林杰, 杨家辉, 等.  $\pm 800$  kV换流变压器空载运行振动特性[J]. 中国电机工程学报, 2023, 43(8): 3273-3283.  
YUAN Yao, ZHAO Linjie, YANG Jiahui, et al. Vibration characteristics of  $\pm 800$  kV converter transformer under no-load operation[J]. Proceedings of the CSEE, 2023, 43(8): 3273-3283.



CAO Chen  
Post-doctorate  
Associate professor  
Corresponding author

曹辰(通信作者)

1987—, 男, 博士(后), 副教授, 硕导  
研究方向为电力设备在线监测与故障诊断、高压  
电器可靠性  
E-mail: 13840194978@163.com

收稿日期 2023-05-18 修回日期 2023-08-10 编辑 曾文君